# الأساليب الكمية في الإدارة

دكتور علي السلمي

كلية التجارة — جامعة القاهرة

دار المعارف بمصر

الناشر : دار المعارف بمصر – ١١١٩ كورنيش النيل – القاهرة ج. م. ع.

# المحتويات

صفحة

## الباب الثالث

## تحليل شبكات الأعمال



# تمهيد

يهدف هذا الكتاب إلى عرض بعض الأساليب الكمية التى شاع استخدامها فى الإدارة الحديثة كوسيلة للوصول إلى القرارات المثلى . ومن أهم هذه الأساليب البرمجة الخطية Linear Programming وتحليل شبكات الأعمال Network Analysis . وفى سبيل عرض هذين الأسلوبين ، فإنه لابد من التعرض لمشكلة اتخاذ القرارات الإدارية باعتبارها الحدث الذى يفرض الاحتياج إلى استخدام هذه الأساليب . كذلك فان التمهيد لعرض أسلوبى البرمجة الخطية وتحليل شبكات الأعمال يتطلب شرح فكرة تحليل النظم Systems Analysis ونظم المعلومات الإدارية Management Information Systems .

وبالتالى فان الكتاب يتضمن الأجزاء الرئيسية الآتية :

– الباب الأول ويتضمن مقدمة تعبر عن التطورات الجديدة فى الإدارة التى تبلورت فى السنوات الأخيرة فى اتجاه بحوث العمليات .

– الباب الثانى ويتناول أساليب البرمجة الخطية والمنطق الذى تقوم عليه واستخداماتها الأساسية .

– الباب الثالث ويتعرض لموضوع تحليل شبكات الأعمال .

ويعتبر هذا الكتاب تطويراً لكتابى السابق فى هذا الموضوع « بحوث العمليات لاتخاذ القرارات الإدارية » ، ويتميز أساساً فى الجوانب الآتية :

أولا : التركيز على أسلوبين فقط هما البرمجة الخطية وتحليل شبكات الأعمال .

ثانياً : التوسع فى شرح وتحليل أساسيات كل أسلوب واستخدام مزيد من الأمثلة التطبيقية .

ثالثاً : تزويد القارئ بتطبيقات عملية فى نهاية كل موضوع حتى تتاح الفرصة لممارسة الأساليب ذاتياً ومن ثم تعطى الفائدة منها .

وإنى إذ أقدم هذا الكتاب لدارسى إدارة الأعمال ورجال الإدارة الممارسين أرجو أن يحقق الفائدة المستهدفة منه ، كذلك أنتهز هذه الفرصة لأقدم شكرى للزملاء الأفاضل الذين أسهموا بآرائهم فى تحسين مادة الكتاب .

القاهرة فى مايو ١٩٧٢ **د. على السلمى**

# البَابُ الأوَّل

## مقدمة في بحوث العمليات

## INTRODUCTION TO OPERATIONS RESEARCH



يقوم التقدم الاقتصادى والتكنولوجى والاجتماعى فى العالم الحديث على أسس من العلم الذى امتد ليشمل جوانب متعددة من المعرفة الإنسانية مهيئاً بذلك إمكانيات متعاظمة لفهم وتفسير الظواهر الطبيعية والاجتماعية المختلفة والتنبؤ بسلوكها المستقبل . ومن ثم مكّن العلم الإنسان من التحكم والسيطرة على كثير من تلك الظواهر الطبيعية والاجتماعية ، وبالتالى الارتفاع إلى مستويات معيشية وحضارية متعالية .

ويستند إنجاز الأهداف وتحقيق النتائج فى مجالات النشاط المختلفة على الدور الخلاق الذى يلعبه الفكر الإنسانى المتمثل أساساً فى أساليب وطرائق إدارة الأعمال وتوجيه الموارد الإنسانية والمادية ناحية الاستخدام الأمثل لها . أن التقدم العلمى والتكولوجى وإنجازات الإنسان العصرى فى عالمنا الحديث تشير صراحة إلى أهمية وظيفة الإدارة Management التى تمثل عنصر القيادة الضرورى لوضع الخطط والتنظيمات ومتابعة تنفيذها وتقويم نتائجها وصولاً إلى الأهداف والأغراض المقررة .

أن الإدارة وظيفة أساسية لازمة لكل جهد إنسانى منظم يبغى الوصول إلى أهداف محددة بأقل التكاليف وأعلى مستويات الكفاءة والمقدرة .

أن آثار الإدارة الحديثة تتضح أمامنا فى كل مؤسسات وتنظيمات العمل الإنسانى اليوم . فليست الإدارة قاصرة على وحدات الإنتاج والمنظمات الاقتصادية فحسب ، بل هى ركن أساسى فى كل التنظيمات الهادفة إلى تحقيق أغراض معينة على اختلافها وتباينها – من خلال الاستخدام الأمثل للموارد والإمكانيات المتاحة والعمل على تنمية الجديد منها . ولذلك نجد

الإدارة الحديثة تلعب دوراً حاكماً ومؤثراً فى كفاءة الأجهزة والتنظيمات الحكومية ، الجامعات والمدارس ودور العلم المختلفة ، المستشفيات وتنظيمات الخدمات والمرافق المتعددة . وامتد أثر الإدارة الحديثة إلى الجيوش والقوات المسلحة وأصبحت عنصراً أساسياً فى كسب الحروب الحديثة .

ولسنا نغالى إذن حين نقول بأن النجاح فى تحقيق أى هدف سواء فى المجالات الانتاجية والاقتصادية ، أو فى الميادين السياسية أو الاجتماعية ، يتوقف إلى حد كبير على درجة توفر عنصر الإدارة العلمية الحديثة التى تمارس عمليات التخطيط والتنظيم والمتابعة والتقويم .

لقد أصبح يقيناً لدى الكثيرين من الباحثين والمتخصصين فى شئون التنمية الاقتصادية والاجتماعية والعلمية ، أن مجرد توافر العناصر المادية اللازمة للنشاط أمر غير كاف ، بل من اللازم أيضاً توافر الإدارة الرشيدة المستندة إلى العلم لتحقيق التنسيق اللازم والتوجيه الصحيح لتلك العناصر الأمر الذى يضمن تحقيق الأهداف المرجوة .

ولقد صاحب هذا التعاظم فى أهمية الإدارة الحديثة ووضوح الاعتراف بها كوظيفة إنسانية ، تحول كبير فى المفاهيم السائدة عنها والأساليب المستخدمة فى أدائها . لقد كان العمل الإدارى فى فترات ماضية أمراً يسيراً مفتوح لكل هاو أو مبتدئ وكانت الخبرة والتجربة العملية هما أساس الاختيار لمناصب الإدارة والتقدم فيها . أى أنه كان ينظر للإدارة على أنها فن Art لا قواعد علمية له ولا مبادئ أساسية فى الوصول إلى قراراته . وليس من شك أن هذا الأسلوب كان فى كثير من الأحيان مكلفاً وخطيراً . ولقد بدأ التحول الأساسى فى الفكر الإدارى فى أوائل القرن الحالى حين انتشرت أفكار ومبادئ حركة الإدارة العلمية Scientific Management التى دعا إليها المهندس الأمريكى فردريك تايلور فى الولايات المتحدة قرابة عام ١٩١٠ ، كما روج لها الفرنسى هنرى فايول

عام ١٩١٦ . وقد كان لهذه الحركة آثار كبيرة على تطور الفكر والتطبيق الإداريين حيث روجت للجانب العلمى فى عملية الإدارة وأوضحت أهمية دراسة وتحليل مكونات العملية الإدارية . وأسهمت حركة الإدارة العلمية فى إثراء حصيلة الفكر الإدارى باستخدام أساليب العلم الحديث فى حل مشكلات الإنتاج والعمل وأدخلت وسائل قياس الوقت والحركة Motion and Time Study كأسس لتحديد الكثير من جوانب العمل الإنسانى والتدريب عليه .

ولقد تتابع التطور فى الفكر الإدارى حيث أسهمت حركة العلاقات الإنسانية Human Relations فى تطوير النظرة إلى المشكلة الإدارية بإبراز أهمية العامل الإنسانى وتأثير الحالة المعنوية للأفراد على كفاءتهم الإنتاجية . كما كانت حركة الإدارة العلمية سبيل انفتاح الإدارة على علوم الهندسة والاقتصاد سعياً إلى ترشيد العملية الإدارية وإخضاعها لمقاييس العلم الحديث من حيث تحديد مواصفات العمل وصفات القائمين به وأساليب الأداء وحساب اقتصادياته ورسم برامج الحوافز للعاملين ، كذلك فإن حركة العلاقات الإنسانية كانت سبيل اتصال الإدارة بعلوم النفس والاجتماع ودراسة الإنسان .

لقد كان من آثار العلاقات الإنسانية أن بدأت نظرية الإدارة فى التكامل والنضج حيث بلغت الآن مرتبة عالية من التقدم والوضوح .

لقد تطورت الإدارة على مدى الستين عاماً الماضية ( ١٩١٠ — ١٩٧٠ ) من فن يعتمد على التجربة الذاتية للمدير الفرد إلى علم له قواعد وأصول مستمدة من نظريات يسندها كثير من المنطق ونتائج التجريب والدراسة العلمية الصحيحة .

أننا نشهد اليوم تكاملا فى الفكر الإدارى يقدم إطاراً لعلم الإدارة Management Science يقوم على المحاور الأساسية الآتية :

١ — نظريات التنظيم — Theories of Organization

٢ — نظريات اتخاذ القرارات — Theories of Decision Making

٣ — نظريات السلوك التنظيمى

Theories of Organizational Behavior

٤ — العملية الإدارية — The Management Process

٥ — أساليب بحوث العمليات — Operations Research

وكذلك فقد تكون ونمى عدد كبير من المبادئ والمفاهيم العلمية تتناول الجوانب المختلفة للعمل الإدارى وأصبحت مرشداً للدارسين فى تنظيمات العمل المتباينة . لقد أصبحت عمليات التخطيط ، التنظيم ، المتابعة ، وتقويم الأداء تتم الآن وفقاً لمفاهيم ومبادئ مستقرة تمت تجربتها ودراستها على مدى سنوات متصلة ، وباستخدام أساليب متطورة تستمد أصولها من علوم الاقتصاد ، الهندسة ، الإحصاء والرياضة ، والعلوم السلوكية .

كذلك فقد تفرعت عن نظرية الإدارة إهتمامات متخصصة بمجالات العمل الإدارى الرئيسية وهى :

١ — الإنتاج — Production

٢ — التمويل — Finance

٣ — التسويق — Marketing

٤ — الأفراد — Personnel

٥ — الشراء والتخزين — Procurement and Warehousing

وينطوى تحت كل من تلك المجالات الرئيسية فروع متعددة للعمل الإدارى أثارت اهتمام علماء الإدارة وتوفر لها بالتالى العديد من الدراسات

والمفاهيم العلمية السديدة . وفيما يلى عرض لأهم ميادين البحث والتطبيق فى بعض تلك المجالات .

**١ – الإنتاج :**

ويتضمن دراسة تخطيط ومراقبة الإنتاج ، تصميم المصانع ، أسس جدولة الإنتاج ، ضبط جودة الإنتاج ، والصيانة . كذلك تحتل الدراسات الهادفة إلى تطوير وتحسين المنتجات اهتماماً كبيراً من الباحثين فى مجال الإنتاج . وقد احتلت دراسة المشروعات الجديدة وتحليل الطاقة الإنتاجية وحدودها جانباً أساسياً من الكتابات فى ميدان إدارة الإنتاج .

**٢ – التمويل :**

ويعرض للمشاكل الأساسية فى تخطيط إدارة الأموال وتحليل الاحتياجات الرأسمالية والتمويلية للمشروع . وتحتل مشاكل السيولة والربحية وإحكام الرقابة على الموقف المالى والنقدى للمشروع اهتماماً كبيراً فى هذا الفرع . ويبحث الكتاب فى هذا المجال مصادر التمويل ومشاكل سوق المال والآثار الاقتصادية الناجمة عن الاستخدام غير الصحيح لتلك المصادر .

**٣ – التسويق :**

وقد نمت فى السنوات الأخيرة دراسات التسويق التى تتضمن تحليل السوق وبيان العوامل الأساسية المؤثرة فيه . وتتضمن الدراسات التسويقية الموضوعات الآتية :

– بحوث التسويق
– إدارة المبيعات
– الإعلان والترويج
– التسعير ومشكلاته

- منافذ التوزيع وأساليب البيع
- التسويق الخارجى ومشكلات التعامل مع الأسواق العالمية
- الجوانب الاقتصادية والاجتماعية فى التسويق

وقد أسهمت علوم عديدة فى إثراء الفكر التسويقى بالأفكار والمفاهيم عن سلوك المستهلكين وعادات الشراء فى الاقتصاد وعلم النفس وعلم الاجتماع . وقد تحولت الأفكار حالياً فى مجال التسويق إلى اعتباره نشاطاً يهدف أساساً إلى إشباع رغبات المستهلكين ومن ثم أصبحت مشكلات قياس كفاءة التسويق وفعاليته من أهم مجالات البحث .

**٤ — الأفراد :**

وتتضمن دراسة شئون الأفراد ما يلى :

- تحديد الاحتياجات من الأفراد وتخطيط القوى العاملة .
- أساليب الاختيار ووسائله
- تحديد الأجور والمكافآت
- التدريب
- قياس الكفاءة وتقييم الأداء
- الحوافز وأسس استخدامها لرفع كفاءة الأداء
- خدمات العاملين وحمايتهم
- العلاقات الإنسانية ومشاكل العمل

وقد لعبت علوم النفس والاجتماع دوراً هاماً فى تكوين مفاهيم واضحة ومستقرة عن أسس الاستخدام الأمثل للموارد البشرية وأساليب الانتفاع بالطاقة الإنسانية المتاحة لأقصى درجة ممكنة مع التغلب على مشكلات العمل وعلاقاته الإنسانية .

نخلص من ذلك إلى أنه تتوفر الآن فى كل تلك الميادين كتابات ودراسات علمية جادة تحدد الأسس والمبادئ التى يجب أن يسترشد بها القائمون بالأعمال . كما تطورت فى هذا الصدد أساليب حديثة فى اتخاذ القرارات الإدارية تمثل ثورة جديدة سيكون لها آثارها المتعاظمة فى المستقبل القريب . ومن أهم تلك الأساليب ما يلى :

١ — بحوث العمليات Operations Research

٢ — تحليل النظم Systems Analysis

٣ — نظم المعلومات Information Systems

ولقد تكاملت التكنولوجيا الإدارية مع ثورة العصر الحديث وهى صناعة الإلكترونات وصناعة المعلومات لكى تضع الحساب الإلكترونى فى الاستخدام الإدارى الحديث .

ولعل أبرز ما يميز علم الإدارة الجديد تلك المجموعة من الأساليب المساعدة فى اتخاذ القرارات والتى تعارف الكتاب على تسميتها « بحوث العمليات » . فقد فتحت تلك الأساليب مجالا رحيباً للإدارة مكنها من مواجهة كثير من المشكلات والتوصل فيها إلى حلول رشيدة .

وبحوث العمليات Operations Research تعبير أطلق على مجموعة من الأساليب الرياضية المستخدمة فى تحليل المشكلات والبحث عن الحلول المثلى لها . ويمكن تعريف بحوث العمليات بأنها استخدام الطريقة العلمية Scientific Method فى تحليل المشكلات الإدارية ، ومن ثم فإنها تمثل أداة هامة من الأدوات التى تسهم فى توفير المعلومات والحقائق للإدارة بحيث تتمكن الأخيرة من اتخاذ القرارات السليمة فيما يعترضها من مشكلات .

وقد تداول الكتاب عدداً كبيراً من التعريفات لمفهوم بحوث العمليات نعرض بعضاً منها فيما يلى :

— عرف دانتزيج Dantzig[١] بحوث العمليات بأنها علم الإدارة ، أى علم اتخاذ القرارات وتطبيقها .

— وهناك تعريف آخر يركز على أن بحوث العمليات هى تطبيق الطريقة العلمية لتحليل المشاكل العملية بهدف توفير الأساس الكمى Quantitative الذى يمكن الإدارة من اتخاذ القرارات[٢] .

— بحوث العمليات هى مدخل العلم المستخدم فى حل المشكلات التى تصادف الإدارة العليا للمشروعات[٣] .

ورغم تعدد التعريفات عن بحوث العمليات ، فإن هناك جوانب مشتركة بينها تركز على بعض الخصائص المميزة وأهمها :

**١ — المدخل الشمولى المتكامل :**

إن بحوث العمليات حين تتعرض بالتحليل لمشكلة ما ، فإنها تحتوى المشكلة بجميع جوانبها وأبعادها ، ومن ثم فهى تتخذ من مدخل النظم Systems Approach أساساً لوصف الظواهر أو المشكلات وتشخيصها من خلال التعرف على كل الأجزاء ، وبذلك تصل بحوث العمليات إلى فهم أوضح

---

(١) Dantzig. G. B. «Management Science in the world of Today & Tomorrow,» *Management Science.* vol-13. Fed. 1967. p. 107.

(٢) Craft, C, & Langsford, G, Operations Research. In Lazzaro, V. Systems & Procedures. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs. N. J. 1968, p. 395.

(٣) Wagner, H. Principles of Oprations Research. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N. J. 1969. p. 4.

لحقيقة النظام ومن ثم المشاكل التى تعترضه وبالتالى تكون أقدر على اكتشاف الحلول الأسلم

**٢ - الإفادة من علوم مختلفة :**

إن أساليب بحوث العمليات تعتمد على علوم مختلفة ومن ثم فإن من الصفات المميزة لها أن فرق البحث تتكون عادة من مزيج من علماء الرياضة Mathematics ، المنطق Logic ، الاقتصاد Economics ، والإدارة Management ، وغيرها من العلوم التى تسهم فى تكوين مفاهيم متكاملة .

**٣ - استخدام الطريقة العلمية :**

تنص الطريقة العلمية على ضرورة تحديد المشكلة تحديداً صحيحاً ، ثم وضع الفروض Assumptions عن العوامل المسببة لها ، ويتم اختبار تلك الفروض ، ثم استعراض البدائل التى تسهم فى حل المشكلة على ضوء الفروض الصحيحة ، وأخيراً يتم اختيار البديل الأمثل .

ذلك هو منطق العلم الذى تعتمد عليه بحوث العمليات فى تحليل وعلاج المشكلات الإدارية .

**نشأة وتطور بحوث العمليات :**

رغم حداثة تعبير بحوث العميات OR فإنه يمكن الرجوع بالأفكار الأساسية لها إلى عهد ثورة الإدارة الحديثة حين كان فردريك تايلور يضع أسس حركة الإدارة العلمية فى أوائل القرن الحالى . لقد كانت حركة الإدارة العلمية Scientific Management Movement تسعى إلى إحلال العلم محل القواعد العشوائية وأساليب التجربة والخطأ التى كانت الإدارة تعتمد عليها لاتخاذ قراراتها . وكانت أساليب الإدارة العلمية الأساسية على عهد تايلور

هى قياس الوقت والحركة Time and Motion Study وتحديد معدلات الأداء واتخاذ أساليب دقيقة لقياس الأداء الفعلى .

من ناحية أخرى ، فقد كانت هناك بدايات لاستخدام الأسلوب العلمى والأساليب الكمية Quantitative Techniques فى علاج مشكلات الإدارة حيث كان شيوارت من شركة بل للتليفونات يحاول استخدام الأساليب الرياضية فى تحليل مشاكل الاتصالات Communications معتمداً على نظرية الاحتمالات والعينات وأساليب ضبط الجودة إحصائياً[١] .

وقد انتشر استخدام الأساليب الرياضية فى مجالات الهندسة الصناعية ، وبحوث التسويق ومحاسبة التكاليف . ولكن هذه المحاولات جميعاً كانت تتسم بالفردية وعدم الترابط ، كما أنها لم تكن صادرة عن فلسفة واضحة أو متعارف عليها .

ومن ثم فإن البداية الحقيقية للأسلوب المتكامل لتطبيق المنهج العلمى فى علاج المشكلات الإدارية ( بحوث العمليات ) ترجع إلى فترة الحرب العالمية الثانية . ويمكن القول بأن أول فريق لبحوث العمليات كان موجوداً فى قيادة القوات الجوية الملكية البريطانية فى ستانمور Stanmore فى عام **١٩٣٩** حيث كانت المشكلة الأساسية موضع البحث هى كيفية إدماج نظم الرادار الجديدة وقتئذ فى النظم التقليدية لمراقبة وضبط العمليات التى كانت قائمة على مجموعات الملاحظين من الجنود المدربين على الاستطلاع وتحديد الطائرات المغيرة والإبلاغ عنها[٢]، فى نفس الوقت كانت هناك دراسات

---

(١) Langsford, G. & Craft, C. Operatiots Research, op. cit. p. 395.

(٢) Trafethen, F. N. A· History of Operations Research, in McCloskey & Trefethen (Eds.) Operations Research for Management. Baltimore : The Johns Hopkins press. 1954, p. 5.

أخرى لتحليل التباين فى كفاءة أداء محطات الإنذار المختلفه ترتب عليها توصيات لتحسين أساليب الأداء وتحديد بعض نقاط الضعف فى شبكات الإنذار . وبعد فترة من الوقت تحولت جماعات بحوث العميات الأولى إلى « مركز بحوث الاتصالات » .

وقد أسهمت جماعات بحوث العمليات فى بريطانيا فى دراسة موضوعات حيوية للقوات الجوية والجيش بصفة عامة منها :

ـ دراسة وتحليل العمليات الليلية للطيران الألمانى ورد الفعل لدى وحدات الرقابة الأرضية .

ـ دراسة مشكلة التنسيق بين أجهزة الرادار وبين المدافع المضادة للطائرات بحيث يتم تحديد مدى وحمولة أى مقاتلة مغيرة .

ـ دراسة الكشف عن السفن والغواصات بواسطة أجهزة رادار مركبة بالطائرات .

ـ تطوير أساليب الدفاع المدنى من خلال تجميع وتحليل البيانات الشاملة عن إحصائيات الدمار والتخريب إبان الفترة التى كانت بريطانيا تتعرض فيها للقصف الجوى المستمر .

ـ تحديد الحجم الأمثل لمجموعة السفن التجارية التى تبحر معاً بحيث تتعرض للحد الأدنى من الخسائر نتيجة لهجوم الغواصات وبشرط أن يرافقها الحد الأدنى من سفن الحراسة أو الطائرات المخصصة للحماية .

ولعله من المفيد أن نستعرض هذه الدراسة نظراً لأنها تعطى مؤشراً عن النمط الأساسى لمشاكل البرمجة الخطية التى سيرد شرحها فى الباب التالى . لقد أوضحت الدراسة المشار إليها أن متوسط عدد السفن التى كانت تكون رحلة واحدة فى سنة ١٩٤٢ كان يبلغ أربعين سفينة تحميها ست سفن

للحماية . وكان هذا التشكيل يتعرض لنسب إصابة عالية . وكان الرأى السائد فى ذلك الوقت يؤيد أن زيادة الحماية تقلل الخسائر . ولكن المشكلة أن سفن وطائرات الحماية لم تكن متوفرة . ومن ثم فإن المتغير الوحيد الذى كان يمكن التعامل معه هو حجم تشكيل السفن ذاته .

وقد أوضحت إحصائيات الإصابات عن سنوات ١٩٤١ ، ١٩٤٢ ، وجزء من سنة ١٩٤٣ أن التشكيلات التى يقل عددها عن خمسة وأربعين سفينة كانت تعانى من نسبة إصابة متوسطها ٢,٦ ٪ بينما التشكيلات التى تضم أكثر من خمسة وأربعين سفينة كانت نسبة الإصابة فيها فى المتوسط ١,٧٪ على الرغم من أن حجم الحماية كان واحداً فى الحالتين تقريباً ، وأن حجم وعدد الوحدات المهاجمة كان متماثلا فى الحالتين . ومن ثم فقد أوضحت الدراسة أن الاتجاه لزيادة عدد السفن فى التشكيل يؤدى إلى تخفيض الإصابات بينها[1] .

وبشكل عام فقد كان المنطق الأساسى فى استخدام بحوث العمليات فى بداية الحرب هو زيادة كفاءة العمليات الدفاعية للقوات البريطانية نظراً للموارد المحدودة من الرجال والمعدات التى كانت متاحة فى مواجهة القوات الطاغية للألمان . ولكن مع تطور الحرب فى صالح الحلفاء ومع التطور فى أساليب بحوث العمليات ، اتجهت فرق البحث لتطوير العمليات الهجومية للقوات البريطانية فى ذلك الوقت . ومن الأمثلة على ذلك أنه بعد عدة غارات جوية قامت بها قوات الحلفاء على ألمانيا بطريقة منتظمة Systematic ، فإن المعلومات المتجمعة عن هذه الغارات مكنت فرق بحوث العمليات من تحديد أكثر الأهداف targets الألمانية القابلة للإصابة والتنبؤ بأثر حمولات معينة من القنابل على مناطق محددة . وقد ترتب على هذه

---

( ١ ) للمزيد من التفاصيل عن تاريخ بحوث العمليات فى الحرب العالمية الثانية راجع المرجع السابق ص ٣ — ص ٥٣ .

الدراسات استنتاج هام هو أن التشكيلات الكبيرة من الطائرات المغيرة أقل عرضة للإصابة من التشكيلات الصغيرة ، وقد نتج عن هذا أول غارة على ألمانيا فى ١٩٤٢ اشتركت فيها ألف طائرة .

وقد أسفرت تجارب ودراسات فرق بحوث العمليات البريطانية أثناء الحرب العالمية الثانية عن عدة اتجاهات هامة كان لها أثر كبير فى تحديد التطورات المستقبلة لبحوث العمليات فى بريطانيا وغيرها من الدول . من تلك الاتجاهات :

– أن التنظيم الأفضل لفرق بحوث العمليات يجب أن يكون على أساس وجود مركز رئيسى وفرق ميدانية بحيث يختص المركز الرئيسى بالاتصال والتنسيق مع الوحدات الإدارية المختلفة ، وبحيث يمارس وظائف التخطيط وإدارة المعلومات . وتقوم فرق الميدان بالاتصال المباشر بوحدات العمليات لتجميع المشاهدات والمعلومات على الطبيعة . وقد أثبت هذا التنظيم فعالية كبرى حين انتقلت بحوث العمليات إلى الاستخدامات المدنية فى الصناعة والمؤسسات والمنظمات الإدارية .

– أن فريق بحوث العمليات يجب أن يضم فريقاً متكاملاً من العلماء والأخصائيين فى فروع العلم المختلفة . فقد كانت فرق بحوث العمليات الأولى تضم علماء من العلوم الطبيعية Physcis ، رياضيين ورجال إحصاء . ثم اتسع نطاق فرق البحث بعد ذلك لتضم علماء نفس واجتماع وغيرهم من علماء السلوك الذين كان لغيابهم عن التشكيلات الأولى لبحوث العمليات تأثيره فى النتائج التى كان يمكن التوصل إليها .

– أن بحث أى مشكلة لا يجب أن يقتصر على المتغيرات الذاتية وثيقة الصلة بهذه المشكلة فحسب ، بل يجب أن يمتد البحث ليشمل ارتباط

المشكلة بغيرها من المشكلات وتحليل الارتباط والتفاعل بينها . وقد نتج عن هذا المدخل الشمولى اكتشاف حقيقة هامة وهى أن بحث بعض المشكلات ترتب عليه اكتشاف مشكلات أخرى خافية وغير ظاهرة .

وقدكان لنجاح وفاعلية بحوث العمليات فى بريطانيا أثره فى اهتمام الولايات المتحدة الأمريكية بهذا المنهج العلمى الجديد فى معالجة مشاكل الحرب . ومن ثم فقد انتقل الاهتمام باستخدام بحوث العمليات إلى الولايات المتحدة فى سنة ١٩٤٢ ببحث مشكلات الرادار فى القوات الجوية الأمريكية . وفى خلال الشهور الأولى لتطبيق بحوث العمليات فى الولايات المتحدة كان عشرات من الباحثين يتم تدريبهم على أساليبها فى جامعة برنستون ومعهد ماساشوسيتس للتكنولوجيا M.I.T. .

وقد أسهمت فرق بحوث العمليات فى الطيران والبحرية الأمريكية فى بحث العديد من مشكلات الحرب منها :

— بحث مشكلات التعامل ضد الغواصات لحساب البحرية الأمريكية .

— استخدام أسلوب « لعبة الحرب » War Game للتنبؤ بالعمليات المحتملة من العدو واختبار فاعلية الأسلحة وأساليب الدفاع المختلفة ضدها .

— تحسين أساليب البحث عن سفن السطح والغواصات ونتيجة لذلك تم إحداث خفض ملموس فى عدد طائرات البحث اللازمة لاستطلاع منطقة معينة .

ومن الأسئلة التى وجدت إجابة لها هل تقوم السفينة موضع الهجوم بمناورات شديدة للهرب من الأصابة ، أم تستمر فى اتجاه ثابت لتتمكن من إصابة الطائرات المغيرة بدقة أكبر ؟ وقد كانت الإجابة أنه بالنسبة للسفينة الكبيرة يمكنها المناورة بشدة ، أما السفينة الصغيرة فيجب عليها تغيير مسارها ببطء . وقد جاءت هذه الإجابة نتيجة لتحليل بيانات ٤٧٧ معركة أصيبت فيها ١٢٨ سفينة وغرقت فيها ٢٧ سفينة .

وقد استمر استخدام أساليب بحوث العمليات فى الأغراض العسكرية بعد انتهاء الحرب . وفى ذلك الوقت كانت الإدارة الصناعية فى أمريكا تعانى من مشكلات ما بعد الحرب والرغبة فى الإنطلاق الإنتاجى لتعويض النقص فى الإنتاج الناشىء من تحويل جانب كبير من الطاقات الإنتاجية إلى الإنتاج الحربى فى سنوات الحرب . كذلك فإن مشكلات التنسيق بين أجزاء المشروعات الكبيرة وتداخل العمليات وازدياد الاتجاه إلى التخصص الدقيق ، كل هذه العوامل ساعدت على الانتقال السريع لبحوث العمليات إلى حقل التطبيق الإدارى . وقد انتشر استخدام بحوث العمليات فى علاج أنواع مختلفة من المشكلات الإدارية أهمها .

* مشكلات المخزون Inventory Problems وهى تمس أى من القرارين الآتيين : ما هى الكمية المثلى للشراء أو الإنتاج ، وما هو الوقت المناسب لذلك . ويشير المخزون هنا إلى الموارد العاطلة سواء كانت بضائع ، قوى عاملة ، موارد مالية ، أو آلات . . . ويتطلب علاج هذه المشكلات موازنة نفقات الاحتفاظ بالموارد المخزونة من ناحية بأى من النفقات التالية :

- نفقات إعادة الطلب .
- نفقات التأخير أو العجز عن الوفاء بالطلبات .
- نفقات تغيير مستوى الإنتاج والشراء .

* مشكلات تخصيص الموارد Allocation Problems وتنشأ هذه المشكلات حين يكون هناك عدد من الأنشطة المطلوب القيام بها وتوجد طرق مختلفة لأدائها ، فى حين أن الإمكانيات والموارد المتاحة لا تسمح بأداء أى نشاط على الوجه الأكمل . ومن ثم فإن المشكلة هى كيفية تجميع الأنشطة والموارد بشكل يحقق الفاعلية القصوى .

* مشكلات الانتظار Waiting-line Problems وتضم هذه المشكلات عمليات وصول وحدات تحتاج إلى خدمة فى محطة أو أكثر من محطات الخدمة

وقد تكون هذه الوحدات المنتظرة للخدمة مستهلكين فى متجر ، أو سيارات فى محطة للبنزين ، أو عملية صناعية على خط تجميع Assembly line والمشكلة هنا أن تخفيض وقت الانتظار لطالبى الخدمة يتطلب زيادة العاملين أو المعدات التى تؤدى الخدمة مما يرفع التكلفة . من ناحية أخرى فإن تخفيض وقت الانتظار بالنسبة للموارد أو الطاقات بمعنى تخفيض الوقت التى تبقى فيها عاطلة قد يترتب عليه تقليل عددها الأمر الذى يؤدى إلى إطالة فترة الانتظار لطالبى الخدمة .

وتستخدم فى علاج هذه المشكلات أساليب مستمدة من نظرية الصفوف Queuing Theory .

* مشكلات الإحلال Replacement Problems وتختص بشئون استبدال المعدات وإحلال غيرها محلها . ويكون قرار استبدال المعدات إما بسبب استهلاكها وعدم صلاحيتها مادياً للإنتاج ، أو بسبب تقادمها فنياً وظهور معدات أحدث وأعلى كفاءة . كما أن عمليات الإحلال قد تكون لسبب آخر وهو تلف وهلاك المعدات بسبب الاستخدام . والمشكلة هنا هى توقيت عمليات الإحلال بشكل يجعل إجمالى نفقات تجديد المعدات ، وصيانة المعدات القديمة ، ونفقات انخفاض الكفاءة أقل ما يمكن . أما بالنسبة للمعدات التى تهلك بالاستخدام ( مثل مصابيح الإضاءة ) فإن المشكلة هى التنبؤ بأى منها سوف يهلك وتكرار الهلاك والاستبدال بحيث تكون نفقات الوحدات الهالكة ، ونفقات الإحلال ، ونفقات التوقف عن العمل بسبب عدم وجود وحدات صالحة للعمل أقل ما يمكن .

* مشكلات المنافسة Competitive Problems وهى تمس أنواع النشاط حيث تتوقف كفاءة قرار من طرف على أنواع القرارات التى يمكن أن يتخذها طرف ( أو أطراف أخرى منافسة ) . وتعالج هذه المشكلة باستخدام أساليب مستمدة من نظرية المباريات Game Theory .

**مراحل استخدام بحوث العمليات :**

إن الإفادة من بحوث العمليات فى علاج المشكلات الإدارية تتطلب أن يمر فريق البحث بعدة مراحل أساسية هى :

١ ــ تحديد وصياغة المشكلة .

٢ ــ بناء نموذج رياضى يعبر عن النظام System موضع البحث .

٣ ــ استخراج حل من النموذج .

٤ ــ اختبار النموذج والحل المستخرج منه .

٥ ــ الرقابة على الحل .

٦ ــ تطبيق الحل .

**١ ــ تحديد وصياغة المشكلة :** Porblem Formulation

لكى نصل إلى حل مشكلة يجب أن نعرفها ونحددها بدقة حتى يمكن أن تكون موضعاً للبحث والتحليل . ويواجه باحث العمليات Operations Researcher عادة بأن ما تقدمه له الإدارة ليس مشكلات حقيقية، بل أعراض وظواهر Symptoms . وطبقاً لتحديد أكوف وساسينى Ackoff & Sasieni[1] فإننا نستطيع القول بوجود مشكلة إذا توفرت الشروط الأربعة الآتية :

١ ــ هناك شخص (أو منظمة) يشعر بالمشكلة نظراً لشغله مكان فى مناخ ما .

٢ ــ أن هذا الشخص (أو المنظمة) أمامه بدائل مختلفة للعمل (اثنين على الأقل) حيث يستطيع الاختيار بينها .

---

(١) Ackoff, R. L., and Sasieni, M. W. Fundamentals of Operations Research.
John Wiley & Sons, Inc; N, Y, 1968, p 23.

٣ ــ أن لكل بديل نتائج متوقعة منها نتيجة يرغب الشخص ( أو المنظمة ) فى حدوثها وهذا ما يعبر عنه بالهدف .

٤ ــ أن أى من بدائل العمل المتاحة وإن كانت لها فرصة لتحقيق الهدف إلا أنها لا توفر فرصة كاملة لتحقيقه .

ويشعر الشخص ( أو المنظمة ) بالمشكلة إذا لم يكن يعلم أى البدائل أفضل من غيره وكان راغباً فى أن يعلم . وباختصار فإن الفرد ( أو المنظمة ) يعانى من مشكلة إذا كان راغباً فى شىء ما ، وكان أمامه عدد من البدائل التى يمكن أن توصله إلى هذا الشىء بدرجات متفاوتة من الكفاءة ، وكان الفرد فى شك بالنسبة لأفضل هذه البدائل .

ويواجه القائمين ببحوث العمليات فى المشروعات الحديثة مشكلات أكثر تعقيداً بسبب تداخل وتشابك العوامل والمتغيرات المؤثرة فى التنظيمات الكبيرة ومن أهمها :

* أن المناخ الذى تعمل فيه الإدارة يتغير بسرعة كبيرة بحيث يؤثر فى الكفاءة النسبية لبدائل العمل ، أو النتائج المتوقعة منها .

* أن عدد البدائل المطروحة للبحث يكون عادة كبيراً جداً .

* أن الأهداف التى تسعى الإدارة إلى تحقيقها تتعدد وقد تتناقض فيما بينها الأمر الذى يعقد عملية الاختيار .

ومن ثم فإن الأسلوب المنطقى الذى يتبعه باحث العمليات لتحديد المشكلة وصياغتها يتخذ النمط الآتى :

١ ــ تحديد الشخص أو الجهة المسئولة عن اتخاذ القرار .

٢ ــ تحديد الأهداف التى يراد تحقيقها .

٣ ــ تحديد المتغيرات التى يسيطر عليها متخذ القرار ، وتلك التى لا يسيطر عليها .

٤ – تحديد القيود والضغوط التى يتم فى ظلها اتخاذ القرار .

وبشكل عام فإن حل المشكلة يتطلب :

* تحديد البدائل المتاحة ومن ثم المتغيرات التى تسيطر عليها الإدارة .
* تحديد وتوصيف المناخ Environment ومن ثم المتغيرات التى لا تسيطر عليها الإدارة .
* تحديد معيار للاختيار والمفاضلة .

**٢ – بناء نموذج رياضى** Constructing A Mathematical Model

النموذج الرياضى عبارة عن مجموعة من المعادلات الرياضية التى تصف كفاءة النظام موضع البحث باعتبارها دالة لعدد من المتغيرات منها واحد على الأقل تحت سيطرة الإدارة .

ويتخذ النموذج فى بحوث العمليات عادة الشكل التالى :

ص = دالة ( س ، ك )

حيث ( ص ) هى كفاءة النظام و ( س ) المتغير موضع السيطرة ، و ( ك ) المتغير غير المسيطر عليه . وقد تتعدد المتغيرات فتصبح العلاقة كالآتى :

ص = دالة ( س$_{١-ن}$ ، ك$_{١-ز}$ ) .

ويضم النموذج أيضاً عدداً من المعادلات أو المتباينات التى تعبر عن القيود التى تحكم الإدارة فى اتخاذ قراراتها .

**٣ – استخراج حل من النموذج** Drawing a solution from the Model

هناك عادة أسلوبين لاستخراج الحل الأمثل ( أو الأقرب إلى الحل الأمثل ) من النموذج الرياضى هما :

* الأسلوب التحليلى Analytic .
* الأسلوب الرقمى Numericel .

ويعتمد الأسلوب التحليلى على استخدام الاستنتاج الرياضى ويتطلب أنواع من الطرق الرياضية كالتفاضل ورياضة المصفوفات .

أما الأسلوب الرقمى فيقوم على أساس محاولة وضع قيم رقمية مختلفة والتعويض بها عن المتغيرات المسيطر عليها فى مجموعة المعادلات بالنموذج على سبيل التجربة حتى نصل إلى تلك القيم التى تصل بمعيار الكفاءة إلى مستواه الأفضل أو الأمثل . ويتفاوت الأسلوب الرقمى من مجرد المحاولة والخطأ trial and error إلى الطرق التتابعية iterative حيث تقترب كل مرة من الحل الأمثل ( مثال على هذه الطرق التتابعية سنجده فى طريقة السمبلكس للبرمجة الخطية Simplex وسيرد شرحها فى الباب القادم ) .

وحيث نعجز فى بعض الأحيان عن التعبير رقميا عن بعض المتغيرات ، فإن أسلوبا يعتمد على العينات العشوائية random Sampling وهو أسلوب مونت كارلو Monte Carlo يصبح وسيلة هامة للحل فى هذه الحالات .

٤ — **اختبار النموذج والحل** Testing the Model and Solution

إن النموذج فى نهاية الأمر ليس إلا تعبيراً جزئيا عن الحقيقة . ومن ثم فإن استخدامه بشكل مستمر كأساس لاستخراج الحلول يتطلب اختباره للتعرف على قدرته فى التمثيل الصحيح للظاهرة موضع البحث . وأسلوب اختبار النموذج يقوم أساسا على تحليل قدرته على التنبؤ بآثار التغيرات التى قد تدخلها الإدارة على كفاءة النظام كله . وكلما كانت القدرة على التنبؤ دقيقة كلما كان النموذج يعبر تعبيراً صحيحاً عن الحقيقة .

أما اختبار الحل فيكون بمقارنة النتيجة المترتبة على تطبيقه بالنتائج التى كانت تتحقق قبل ذلك .

**٥ — الرقابة على الحل** Establishing Controls Over the Solution

إن الحل المستخرج من النموذج الرياضى لا يبقى صحيحاً إلا إذا استمرت قيم المتغيرات غير المسيطر عليها على ما هى عليه، وإلا إذا استمرت العلاقات بين المتغيرات بعضها البعض ثابتة .

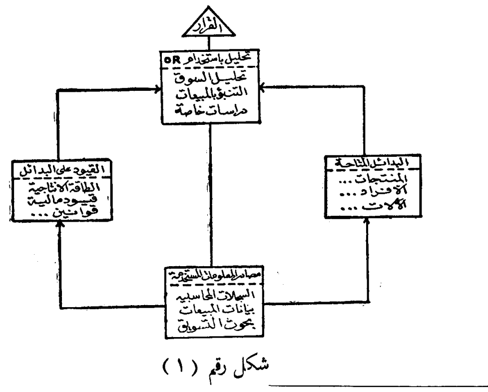
ومن ثم لضمان تحقيق الحل للنتائج المستهدفة يجب على الإدارة أن تراقب الظروف المحيطة والتنبؤ بالتغير فى قيم المتغيرات أو فى العلاقات بينها وتعديل الحل بناء على ذلك .

**٦ — تطبيق الحل** Putting the Solution to Work

ويوضع الحل فى التنفيذ عن طريق تحويل عناصره إلى إجراءات تنفيذية وإبلاغها للمسؤلين عن العمليات لتطبيقها .

والشكل التالى يصور عملية اتخاذ القرارات باستخدام بحوث العمليات :

اتخاذ القرارات باستخدام بحوث العمليات[١]




شكل رقم ( ١ )

( ١ ) أخذاً عن :

Norbort L Enrick, Management Operations Research
Holt, Rinehart and Winston, N, y, 1775, p 7

هذه هى المراحل التى تجتازها عملية بحث من نوع بحوث العمليات ونلاحظ أمراً واضحاً أن هذه المراحل تتفق تماما مع إجراءات أو خطوات الطريقة العلمية Scientific Method وهذا تأكيد لطبيعة بحوث العمليات باعتبارها تطبيق للطريقة العلمية فى حل المشكلات الإدارية .

## عرض مركز لأهم أساليب بحوث العمليات :

نهدف فى هذا الجزء إلى عرض الأساليب الرئيسية لبحوث العمليات عرضا مركزاً بحيث تتضح طبيعة المشكلات التى تعالجها هذه الأساليب والمنطق الأساسى الذى يقوم عليه كل منها .

ومن تتبع هذه الأساليب يتضح أنها فى تطور مستمر وتحسن دائم فى سبيل اكتشاف أفضل الطرق لمعالجة المشكلات الإدارية المتزايدة التعقيد والتشابك . ويساعد على تطور أساليب بحوث العمليات ما يلى :

* التطور والتقدم فى العلوم الأصلية التى تسحب بحوث العمليات على مبادئها ومفاهيمها .

* التطور فى تكنولوجيا المعلومات information technology والحاسبات الالكترونية .

* تقدم وتطور أساليب البحث الإدارى وطرق تحليل المشكلات الإدارية.

وتعتمد أساليب بحوث العمليات فى أساسها على الإحصاءات الرياضية Mathematical Statistics[1] التى توفر الأساس لحساب احتمالات حدوث أحداث معينة فى ظروف متفاوتة فى التعقيد . وأهمية تقديرات الاحتمالات فى بحوث العمليات أنها تساعد الباحث على تحديد ما إذا كانت المشاهدات التى تحدث فى الحياة العملية أو فى تجربة أو المستخرجة من نموذج رياضى تدل على حدوث تغييرات

(١) Duckworth, E· A Guide lo Operational Research, University paperbacks Methuen : London, 1965, p 23

حقيقية فى الظواهر موضع البحث أم أن هذه المشاهدات تحدث بمحض الصدفة . من ناحية أخرى فإن أساليب الإحصاء الرياضى تمكن باحث العمليات من الإفادة إلى أقصى حد من المعلومات المتاحة لديه .

**١ — البرمجة الخطية** Linear Programming

تعتبر البرمجة الخطية من أهم أساليب بحوث العمليات وأكثرها استخداما حيث تعالج مجموعة من المشكلات الإدارية الحيوية المتعلقة بتخصيص الموارد Resource Allocation إذ تعانى الإدارة عادة من نقص الموارد المتاحة فى حين تتعدد أوجه الاستخدام التى تحقق نتائج متباينة من حيث قدرتها على تحقيق أهداف الإدارة . ومن ثم تتركز المشكلة الإدارية عادة فى اتخاذ قرار بتخصيص الموارد المحدودة لكل من الاستخدامات البديلة بشكل يحقق الإفادة القصوى من هذه الموارد . وقد ذاع استخدام البرمجة الخطية فى معالجة الأنواع التالية من المشكلات الإدارية :

* تحقيق العائد الأقصى من الموارد المحدودة أو النادرة .
* مشاكل النقل والتوزيع .
* تحقيق المزيج الأمثل من المواد الخام لتكوين مركب معين .
* توزيع العمل بين أقسام ووحدات المشروع .
* تعيين الأفراد وتوزيع المسئوليات بينهم .
* تحديد أفضل جداول الإنتاج .
* تحديد سياسة الشراء .
* تحديد العائد الأقصى من إمكانيات الإنتاج المتاحة .
* توجيه السلع المحدودة العرض لأكثر الأسواق ربحية وأهمية .
* اختيار مواقع المصانع ، والمخازن ، والإدارات .

والفكرة الأساسية فى البرمجة الخطية أنها تفترض أن العلاقات بين المتغيرات المؤثرة فى ظاهرة ما هى علاقات خطية Linear ومن ثم يمكن التعبير عن الظاهرة والمتغيرات المؤثرة فيها بعدد من المعادلات الرياضية التى يتم حلها بحثا عن القيمة الأمثل Optimum لدالة الهدف .

إن البرمجة الخطية أسلوب يساعد الإدارة على تحديد الخطة الأمثل من بين عدد من الخطط البديلة . ويعتبر استخدام البرمجة الخطية فى علاج مشكلات الإدارة تطوراً حديثاً نسبياً حيث أدخل دانتزج Dantzig طريقة السمبلكس لأول مرة فى سنة ١٩٤٧[١] . إن البرمجة الخطية بشكل عام هى طريقة لتحديد كيفية الإفادة من الموارد النادرة والمحدودة بتوجيهها للاستخدامات التى تحقق أقصى فاعلية ( أقصى ربح أو أدنى نفقة ) .

وتعالج مشكلات البرمجه الخطية أساساً بأربعة طرق :

* الطريقة البيانية ( طريقة الرسم البيانى ) Graphical
* طريقة السمبلكس Simplex
* طريقة النقل Transportation
* طريقة التخصيص Assignment

وقد حقق استخدام أساليب البرمجة الخطية فوائد كبرى للإدارة خاصة حيث تتوفر الآن بعض التعديلات المتطورة التى تمكن من استخدام طرق البرمجة الخطية فى تحليل العلاقات غير الخطية non-linear relationships

وجدير بالذكر أن توفر الحاسبات الألكترونية قد جعل استخدام البرمجة الخطية أمراً يسيراً حيث تتطلب بعض أساليبها عمليات حسابية متعددة لا يمكن تأديتها يدوياً بمستوى معقول من الكفاءة أو الفاعلية .

---

( ١ ) Dantzig, G «Programming of Interdependent Activities; II Mathematical Model» Econometrica, vol, 17, July - October, 1947, pp 200 - 211

## ٢ ـ تحليل شبكات بيرت والمسار الحرج PERT-CPM

من الظواهر الشائعة في محيط الأعمال ، أن وضع أي خطة وتنفيذها يمكن النظر إليها عادة على أنها جزء من مشروع أكبر Project . ومن ثم فقد انتشر في الفكر الإداري منهج الإدارة بالمشروعات أو ما يعبر عنه «Project Management» الأمر الذي استدعى تنمية بعض الأساليب المساعدة في تخطيط ومتابعة البرامج والرقابة على الوقت والنفقات المستغرقة في تنفيذها .

ومن أهم الأساليب المستحدثة في مجال تخطيط ومتابعة البرامج أسلوبي بيرت PERT والمسار الحرج Critical Path Method وقد تطور كل منهما واندمج في الآخر ليكونا ما يسمى الآن بأسلوب « تحليل الشبكات » Network Analysis ويحقق هذا الأسلوب الفوائد الآتية للإدارة :

- أساس واضح وسليم لتخطيط المشروعات .
- إطار واضح ومحدد لنطاق المشروع وحدوده .
- أسلوب لتقييم الخطط والأعمال البديلة والمفاضلة بينها .
- تحديد للأنشطة أو الأعمال الحرجة التي تهدد بتعطيل المشروع كله .

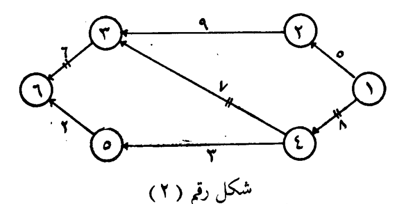
ويستخدم أسلوب تحليل الشبكات في معالجة معظم الأنشطة الإدارية لتحقيق خفض في الوقت والنفقات مع مراعاة الاستخدام الأفضل للموارد المتاحة . ومن أهم مزايا هذا الأسلوب أنه يجبر الإدارة على التفكير المسبق في كل جوانب المشروع وتفاصيله قبل البدء بالتنفيذ ، ومن ثم توقع نقاط الاختناق فيه والإعداد لعلاجها الأمر الذي يضمن الانتهاء من التنفيذ في الوقت المحدد له .

وجدير بالذكر أن أسلوب تحليل الشبكات ليس ابتكاراً جديداً تماما . وإنما هو امتداد لبعض الأساليب التقليدية في الجدولة مثل خرائط جانت Gantt Charts . ولكن تحليل الشبكات يتفوق عن تلك الأساليب الأولية في أنه يعرض لأنواع العلاقات ودرجات الاعتماد والتتابع بين الأنشطة المكونة للمشروع .

والفكرة الأساسية فى تحليل الشبكات هى تقسيم المشروع الكلى إلى عدد من الأحداث Events وعدد من الأنشطة Activities ومحاولة تصوير العلاقات بين الأنشطة وكيف تؤدى إلى الأحداث وبتقدير الوقت اللازم لكل نشاط يمكن تصوير شبكة Network تعبر عن أنشطة المشروع وتتابعها من نقطة البداية مارة بالأحداث التى تمثل بدايات للأنشطة ونهايات لأنشطة أخرى حتى نقطة النهاية للمشروع ككل . وبحساب الوقت اللازم لكل نشاط يمكن تحديد المسار الحرج وهو المسار الذى يضم عدداً من الأنشطة تتطلب وقتا أطول من أى أنشطة أخرى منذ بداية المشروع حتى نهايته .

وقد كانت البداية الأساسية لأسلوب بيرت PERT حين كانت البحرية الأمريكية تضع خطط إنتاج الصواريخ بولاريس . بينما كانت بداية أسلوب المسار الحرج فى شركة دوبونت الأمريكية Du Pont حين كانت تخطط لعملية تجديد وصيانة شاملة لأحد مصانع الكيماويات التابعة لها بحيث تكون الخسارة فى الإنتاج الناشئة عن تعطل العمل بالمصنع أقل ما يمكن .

وبالنسبة للمشروعات الكبيرة التى تشتمل على آلاف الأنشطة فقد أصبح استخدام الحاسب الالكترونى Computer عاملا حاسماً فى الإفادة من أسلوبى بيرت والمسار الحرج بسهولة نسبية لم تكن لتتوفر بالحسابات اليدوية والشكل التالى يصور النمط العام لفكرة شبكة المشروعات :




شكل رقم (٢)

* الدوائر ترمز إلى الأحداث .
الأسهم ترمز إلى الأنشطة .
// ترمز إلى المسار الحرج

### ٣ – نظرية الصفوف Queuing Theory

تطورت نظرية الصفوف كأسلوب من أساليب بحوث العمليات من نظرية الاحتمالات . ويشيع استخدامها فى المواقف التى تتسم بنقاط الاختناق أو صفوف الانتظار Waiting lines كما فى حالات اختناقات المرور ، أو تغذية الآلات وإصلاحها . كما تستخدم فى تحديد توزيع وتخطيط القوى العاملة . وتفيد نظرية الصفوف فى علاج مشكلات تدفق الإنتاج أو فى مواقف تراكم الإنتاج فى بعض الأقسام ، وحالات تحديد العدد الأنسب من العاملين لمباشرة العمل فى قسم أو إدارة .

وتتسم المواقف التى تصلح نظرية الصفوف لعلاجها بالخصائص الآتية :

- هناك عميل ( أو إنتاج ) يطلب خدمة ( أو مطلوب أداء عملية إنتاجية ) .
- هناك مركز لأداء الخدمة ( تمر منه الوحدات طالبة الخدمة ) .
- عملية جلب للموارد أو المدخلات inputs
- نظام لتكوين صف الانتظار .
- إجراءات معينة لأداء الخدمة .

بمعنى آخر فإن هناك عملاء يطلبون الخدمة ، وعند حضور أحدهم يتجه إلى مركز أداء الخدمة حيث يبقى بعض الوقت حتى تتم إجراءات الخدمة .

وإذا حضر عميل آخر كان عليه الانتظار حتى تتم خدمة العميل الأول وهكذا يتكون صف الانتظار ( طابور ) أى نقطة الاختناق . وليس من شك

أن طول الصف ومدى الانتظار لكل عميل يتوقف على عوامل متعددة منها إجراءات أداء الخدمة ، وعدد الأفراد القائمين بالعمل ، والظروف المحيطة بالعمل . ويلاحظ أن صف الانتظار قد يتكون من أفراد كما فى حالة بنك حيث يصطف العملاء أمام الصراف ، أو سيارات كما فى حالة محطة بنزين ، أو منتجات كما فى حالة خط إنتاج بأحد المصانع ، وما إلى ذلك من مواقف مشابهة .

وتعتبر المشكلة الأساسية فى هذه المواقف ثلاثية الأبعاد وهى :

- تخفيض وقت الانتظار للعميل .
- تخفيض عدد العملاء فى الصف .
- تخفيض النسبة بين وقت الانتظار وبين وقت أداء الخدمة .

ومن البديهى فإنه يمكن حل المشكلة ثلاثية الأبعاد السابقة عن طريق زيادة مراكز الخدمة وزيادة عدد العاملين بها ، ولكن حيث أن ضغط العملاء فى طلب الخدمة ليس متساوياً فى كل الأوقات ، بل يتركز فى بعض فترات اليوم وينتشر فى باقى الفترات ، فإن زيادة الاستثمار فى الآلات والمعدات وتعيين الأفراد قد يترتب عليه بقاء جانب كبير من هذه الطاقات عاطلة لفترات من الوقت مما يرفع من تكلفة الخدمة الأمر الذى قد يترتب عليه انخفاض الطلب عليها وبالتالى مزيد من الطاقة العاطلة ، لذا فإن تخطيط صفوف الانتظار يستوجب حل المشكلة السابقة بشرط أن تكون الاستثمارات ونفقات أداء الخدمة أدنى ما يمكن Minimum .

وقد أسهمت نظرية الصفوف فى معاونة باحثى العمليات فى حساب نوع ومدى الصف الذى يحتمل تواجده فى كل موقف من المواقف المختلفة وطول فترة الانتظار بالنسبة لمفردات أو وحدات صف الانتظار . ومن أهم الأفكار التى تستخلص من نظرية الصفوف ما يلى :

• إن احتمال تكوّن صف انتظار يتباين نسبياً مع فترة طلب الخدمة . بمعنى أنه لو كانت إحدى الخدمات مطلوبة بنسبة ٨٠٪ من طاقتها ، فاحتمال نشأة خط انتظار سيكون حوالى ٨٠٪ أيضا . أى فى كل عشر مرات تطلب الخدمة ، سيكون هناك حاجة للانتظار فى ثمانية منها وهذا يفترض طبعا وجود مركز أو نقطة خدمة واحدة . وعلى هذا الأساس فإن الإدارى المسئول عن تخطيط طاقة الخدمة يجب أن يأخذ فى الاعتبار احتمال تكوّن صفوف الانتظار بحيث لا تنشأ طاقة خدمة مساوية تماما للطلب المتوقع ، بل يجب أن تزيد الطاقة عن الطلب المتوقع منعاً لتكوّن خطوط الانتظار .

• كلما كانت الوحدات طالبة الخدمة تصل عشوائيا ، كلما كان وقت الانتظار المتوقع للعميل أطول .

والمنطق الأساسى فى استخدام نظرية الصفوف يتطلب حساب المتغيرات الآتية :

• متوسط وقت أداء الخدمة .

• متوسط الفترة بين وصول العملاء .

• كثافة الحركة وهى $\frac{\text{متوسط وقت أداء الخدمة}}{\text{متوسط الفترة بين وصول العملاء}}$ = ح

متوسط وقت الانتظار للعميل = $\frac{١}{١-ح}$ × متوسط وقت أداء الخدمة .

**٤ – التماثل ( المحاكاة )** Simulation

يقصد بعملية التماثل تقليد حدوث الأحداث الاحتمالية فى النظام موضع البحث . ولعل أبسط الأمثلة عن أسلوب التماثل ذلك الموقف الذى يسمح بمشاهدة أحد الأحداث ومعرفه أن احتمال حدوثه هو ١ من ٦ فى أى فترة زمنية قدرها نصف ساعة . ولأجل تصور احتمالات هذا الحدث فى يوم كامل ،

يقسم اليوم إلى فترات كل منها نصف ساعة ، ثم يرمى زهر طاولة مرة لكل نصف ساعة ، وتسجل المرات التى يظهر فيها الرقم ٦ على السطح واعتبار أن الحدث وقع فعلا . نلاحظ من هذا المثال إذن أن عملية التماثل لا تعبر عن الظاهرة فى حالة السكون ولكنها تحاكيها فى موقف الحركة .

وقد استخدمت فكرة التماثل فى تحليل مشكلات اختيار وتدريب الأفراد، ضبط حركة النقل ، تصور استراتيجيات الحروب ، توزيع المخزون وغيرها من الاستخدامات العملية .

وبصفة عامة فإن عملية التماثل يمكن أن تصنف إلى فئات حسب نوع النموذج المستخدم كالآتى :

• عمليات تماثل تستخدم نماذج تشابه تماماً الظواهر موضع الدراسة ولكن من حجم أصغر . كنموذج السفينة الذى تجرى عليه تجارب ، أو نموذج طائرة موضع الاختبار وتسمى هذه النماذج iconic .

• عمليات تماثل تستخدم نماذج رمزية Symbolic وذلك باستخدام معادلات رياضية كالنموذج الشهير الخاص بالعائد على الاستثمار وهو :

$$\text{معدل العائد على الاستثمار} = \frac{\text{الربح}}{\text{المبيعات}} \times \frac{\text{المبيعات}}{\text{الاستثمار}}$$

• عمليات تماثل تستخدم متخذى قرارات من البشر ويطلق عليها « مباريات » Games حيث يمارس الفرد دوراً معيناً ويتخذ من القرارات ما يتناسب وتصوره لما تجب أن تكون علية الأمور .

وبانتشار استخدام الحاسب الالكترونى أصبح التماثل من أهم أدوات الإدارة فى معالجة ما يقابلها من مشكلات إذ أمكن تقليد كثير من الظواهر

المعقدة على الكومبيوتر واستنتاج التطورات المحتملة فيها . ومن المجالات الرئيسية التى ذاع فيها استخدام التماثل هو ميدان التدريب والتنمية الإدارية Management Development حيث انتشر استخدام المباريات الإدارية كوسيلة لتقريب المفاهيم الإدارية للمتدربين وكأسلوب عملى لمواجهة المتدرب بأنواع المشاكل التى يحتمل أن يصادفها فى عمله اليومى وكيف يتخذ القرارات المناسبة ويختبر فاعلية تلك القرارات بمتابعة نتائجها .



# الباب الثانى

## البرمجة الخطية

**LINEAR PROGRAMMING**

- مقدمة
- مجالات تطبيق البرمجة الخطية
- المنطق الأساسى للبرمجة الخطية
- الأسلوب البيانى للبرمجة الخطية
- الأسلوب الجبرى للبرمجة الخطية
- طريقة السمبلكس .
- طريقة النقل
- طريقة التخصيص .

# مقدمة

يمكن تعريف البرمجة الخطية[1] Linear Programming بأنها طريقة رياضية لتخصيص الموارد النادرة أو المحدودة لتحقيق هدف محدد حيث يمكن التعبير عن كل من الهدف والقيود التي تحيط بتحقيقه في صورة متباينات inequalities ومعادلات equationes خطية .

وتساعد البرمجة الخطية الإدارة في اكتشاف أحسن السبل لاستخدام الموارد المتاحة لتحقيق أهدافها المحددة مثل أقصى ربح Maximum Profit أو أدنى نفقة Minimum cost حين تكون هناك بدائل مختلفة لاستخدام هذه المواد .

ويشير تعبير « الخطة » إلى أن هناك علاقات ثابتة يمكن تحديدها بين المتغيرات المكونة للمشكلة الإدارية ، بينما يشير تعبير « البرمجة » إلى استخدام أسلوب منطقي لتحليل المشكلة وعلاجها .

والبرمجة الخطية لها تاريخ حديث نسبياً فهي وليدة الرياضة الحديثة ولا يتعدى عمرها في التطبيق كأداة لعلاج المشكلات أكثر من عشرين عاماً . ويرجع الفضل في نشر فكرة البرمجة الخطية إلى جورج ب . دانتزج G.B.Dantzig الذي بدأ بتطبيقها في بحوثه لصالح القوات الجوية الأمريكية منذ ١٩٤٧ .

ومن ثم فقد كانت التطبيقات الأولى للبرمجة الخطية في مجال البحوث العسكرية وعلاج المشكلات الحربية ، ثم انتقلت البرمجة الخطية إلى مجالات الاستخدام كأداة لتحليل مشكلات الإدارة في قطاعات الإنتاج المختلفة وأصبحت الآن من أهم الأدوات المساعدة للإدارة في اتخاذ القرارات .

---

(١) Levin, R·I and Lamone, R.P. *Linear Pregramming far Management Decisions*‘ Homewood, Illinios, Richard D• Irwin, Inc. 1969, p.3

وحيث أصبحت المشكلات الإدارية فى المشروعات والمنظمات الحديثة على درجة عالية من التعقيد والتشابك فقد صارت الأساليب التقليدية فى اتخاذ القرارات بشأن أفضل الحلول لها إجراء غير فعال . وتعود أسباب التعقيد والتشابك فى المشكلات الإدارية إلى :

- ضخامة حجم المنظمات وبالتالى ضخامة الأنشطة التى تمارسها وتعدد نوعياتها .
- تركز كميات كبيرة من موارد وعناصر الإنتاج فى مواقع عمل محدودة وبالتالى يشمل القرار الإدارى الواحد جانباً كبيراً من تلك الموارد .
- التعامل مع عديد من المنظمات التى تختلف فى كفاءتها ومستوى الأداء بها ، ومن ثم تتأثر مشكلات منظمة ما بمستوى الأداء والكفاءة فى منظمات أخرى .
- الانفتاح على البيئة الخارجية والاعتماد على السوق كمصدر أساسى لضمان استمرار المنظمات مع ما تحمله ظروف السوق من تغير مستمر وعدم استقرار .
- فرض العديد من القيود على حركة الإدارة من جهات التخطيط والإشراف المركزية ، وتأثير القيود الناشئة من الاعتبارات التكنولوجية والاقتصادية والاجتماعية والسياسية .
- يضاف إلى ذلك التطور التكنولوجى السريع وضرورة ملاحقة التغير فى رغبات المستهلكين ومواءمة أساليب الإنتاج والتوزيع بمتطلبات السوق .

كل هذه الأسباب تسهم فى جعل مشكلة اتخاذ القرار الإدارى فى أى موقف ، عملية صعبة وغاية فى التعقيد . من ناحية أخرى ، فإن نتائج القرارات إن لم تكن محسوبة ومقدرة تقديراً صحيحاً ، قد يترتب عليها أضرار

وخسائر لا يمكن تعويضها[١] .

ومن ثم فقد ظهرت حاجة ماسة لإبتكار بعض الأساليب التى تساعد الإدارة فى اتخاذ قراراتها بحيث تكون النتائج أفضل ما يمكن أخذاً فى الاعتبار كل ما يحيط بالموقف الإدارى من قيود وضغوط تعوق الحركة ، وما تسيطر عليه الإدارة من إمكانيات وموارد .

وقد كانت « بحوث العمليات » هى التطور الأساسى فى علم اتخاذ القرارات الإدارية فى العشرين سنة الماضية ، إذ نبعت من خلال محاولات التغلب على مشكلات عملية بالدرجة الأولى لم تجد فى حلها الأساليب التقليدية للإدارة .

وتعتبر « البرمجة الخطية » Linear Pragramming أحد الأركان الرئيسية لبحوث العمليات والتى انتشر استخدامها فى حل كثير من المشكلات الإدارية . ويقوم المنطق الأساسى للبرمجة الخطية — شأنها ذلك شأن بحوث العمليات عامة — على أساسين :

- بناء نموذج رياضى Mathematical Model يصف المشكلة موضع البحث ويحدد المتغيرات الأساسية التى تؤثر فيها ، ويبين طبيعة العلاقات بين تلك المتغيرات .
- استخدام النموذج الرياضى لاستنتاج النتائج المتوقعة لبدائل الحل المختلفة ، واتخاذ بعض معايير الفاعلية Measures of Effectiveness لاختيار الحل الأمثل .

---

( ١ ) يكفى أن نشير هنا إلى الموقف العصيب الذى مرت به شركة رولز رويس البريطانية والذى كاد يؤدى إلى إفلاسها نتيجة خطأ الإدارة فى تقدير التكاليف الحقيقية لإنتاج المحركات النفاثة للطائرات فى عقد شركة لوكهيد الأمريكية وبالتالى ارتباطها بأسعار بيع لا تكفى لتغطية تكاليف الإنتاج .

● **المشكلة الإدارية**[1] :

تواجه الإدارة مواقف عمل متعددة ولكنها تتصف جميعاً بصفات مشتركة أهمها :

— أن هذه المواقف تتسم بدرجات متفاوتة من الالتزام بتحقيق أهداف أو نتائج محددة .

— أن تحقيق هذه الأهداف يتطلب استخدام موارد وإمكانيات تتصف عادة بالندرة وعدم الوفرة .

— أن استخدام الموارد والإمكانيات يشكل عنصر نفقة ، كما أن هناك أساليب مختلفة لمزج هذه الموارد تحقيقاً لهدف معين .

— أن الأساليب المختلفة لمزج الموارد تحقق عوائد Payoff مختلفة .

ومن ثم فقد يمكن تحديد مشكلة الإدارة الحقيقية فى محاولة توجيه ( أو تخصيص ) الموارد المتاحة نحو الاستخدام الأمثل الذى يحقق شرطين :

● أن يكون العائد **أقصى** ما يمكن Maximum

أو ● أن تكون النفقة **أدنى** ما يمكن Minimum

وتزيد حدة المشكلة الإدارية إذا أخذنا فى الاعتبار ما يلى :

— هناك قيود على حرية الإدارة فى استخدام الموارد المتاحة لها Constraints ، بعض تلك القيود :

● قانونية ( مثل تشغيل العمال ساعات محددة ) .

● اقتصادية ( الحجم الأمثل للمشروع ) .

● سياسية ( مثل وقف التعامل مع دولة معينة ) .

---

( ١ ) راجع — د . على السلمى — بحوث العمليات — النشرة ١١٤ لمركز البحوث الإدارية — المنظمة العربية للعلوم الإدارية مارس ( آزار ) ١٩٧٢ .

- فنية أو تكنولوجية ( مثل طاقات الآلات ) .

– هناك تغير وتطور دائمين فى الظروف المحيطة بالإدارة الأمر الذى ينتج عنه درجة عالية من عدم التأكد مثال ذلك :

- صدور قوانين جديدة .
- دخول منافسين جدد إلى السوق .
- رفع الرسوم الجمركية على المواد الخام المستوردة .
- ظهور آلات جديدة أو أساليب إنتاج متطورة .

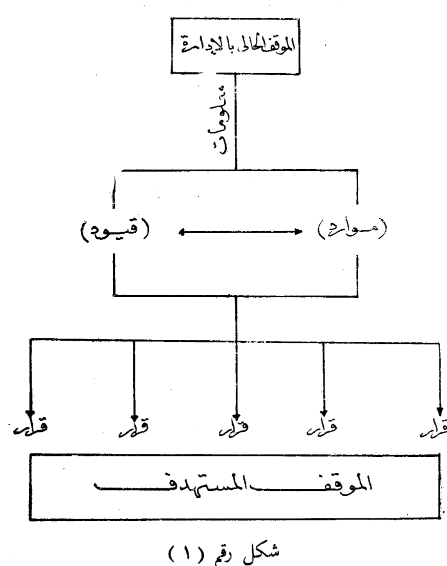
– ومن ثم فإن أحد الموارد الأساسية التى تعتمد عليها الإدارة وهو المعلومات information يكون غير متوفر بشكل كامل فى كل الأوقات .

– كذلك فإن أحد مظاهر مشكلة الإدارة الحقيقية يتبلور فى أن نجاح الإدارة فى تحقيق أهدافها لا يتوقف تماماً على كفاءتها الذاتية وما تقوم به من جهد ، وإنما تتأثر قدرة الإدارة بأنواع القرارات والتصرفات الصادرة عن جهات أخرى منها :

- الأجهزة الحكومية المختلفة .
- إدارة الشركات والمؤسسات المحلية الأخرى .
- إدارة الشركات والمؤسسات الأجنبية .
- العمال ونقاباتهم .
- المستهلكون .

– وأخيراً فإن حدة المشكلة الإدارية تزيد نتيجة لكبر عدد المتغيرات Variables التى تتداخل بدرجات متفاوتة فى المواقف الإدارية المختلفة ، الأمر الذى يحد من قدرة الإدارة على تحليل المشكلة وإتخاذ القرارات السليم .

والشكل التالى يعبر عن حقيقة المشكلة الإدارية وهى محاولة الانتقال من موقف حالى إلى موقف آخر مستهدف من خلال الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة وأخذاً فى الاعتبار القيود المفروضة على حرية استخدام هذه الموارد :




شكل رقم (١)
نموذج لطبيعة المشكلة الإدارية

وهناك أمثلة عديدة لمواقف إدارية تنطبق عليها المواصفات السابقة للمشكلة الإدارية ومنها :

● فى مجال الإنتاج :

- اختيار موقع المصنع .
- اختيار نماذج الآلات وأنواعها .
- تحديد حجم المصنع .
- تخطيط المنتجات .
- تخطيط الإنتاج .
- تحديد جودة الإنتاج ومراقبتها .
- تخطيط الصيانة .
- تخطيط المخزون .
- تخطيط عمليات الاستبدال والإحلال للآلات .

● فى مجال التسويق :

- اختيار المناطق البيعية .
- اختيار منافذ التوزيع .
- اختيار الوسائل الإعلانية .
- اختيار الأسعار .
- اختيار رجال البيع .
- تخطيط الحملات الإعلانية .
- تخطيط البرامج التسويقية
- تخطيط عمليات النقل والتوزيع .

● فى مجال الأفراد :

- تخطيط القوى العاملة .
- اختيار الأفراد .
- توزيع ( تخصيص ) العمال على أنواع العمل المختلفة .
- تحديد الأجور والمرتبات .
- تخطيط التدريب .
- تخطيط الترقية والنقل .

كذلك نجد أمثلة أخرى فى مجالات الشراء ، التخزين ، التمويل وغيرها من ميادين العمل الإدارى .

والمشكلة الإدارية تنتهى عادة باتخاذ قرار Decision من جانب الإدارة . والقرار هو اختيار بديل محدد لاستخدام الموارد المتاحة بعد مقارنة بدائل أخرى محتملة . وتعتمد الطريقة التقليدية فى اتخاذ القرارات الإدارية على منطق التجربة والخطأ وهى لا تعد بالوصول إلى القرار الأسلم إلا بمحض الصدفة ومن هنا كان لا بد من البحث عن أسلوب علمى لمساعدة الإدارة فى اتخاذ قراراتها بشكل رشيد يأخذ فى الاعتبار نوعية وحدود المشكلات التى تواجهها . وبحوث العمليات هى هذا الأسلوب الذى نخصص الدراسة الحالية لبحث أحد أشكاله الشائعة الاستخدام وهو « البرمجة الخطية » .

## الفصل الأول

## مجالات تطبيق البرمجة الخطية

تستخدم البرمجة الخطية لعلاج المشكلات الإدارية التى تتصف بالأبعاد الرئيسية التالية :

- هناك هدف محدد تسعى الإدارة الى تحقيقه وهو الوصول إلى أقصى (Maximum) أو أدنى (Minimum) قيمة لبعض المتغيرات (مثل الأرباح ، النفقات ، الإنتاجية ، المبيعات ، الطاقة التخزينية ، الوقت . . . وهكذا) .
- أن تحقيق هذا الهدف يعتمد على قدرة الإدارة فى استخدام بعض الموارد والإمكانيات . مثل طاقات الآلات ، ساعات العمل ، المواد الخام وغير ذلك من إمكانيات فنية أو اقتصادية أو بشرية .
- هناك قيود مفروضة على حرية الاستخدام للموارد السابقة بحيث لا تتمكن الإدارة من اتخاذ أى قرار ترغبه ، وإنما ينبغى أن تتخذ قراراتها بشأن استخدام الموارد بحيث لا تتعارض مع القيود المفروضة عليها .
- هناك بدائل مختلفة لاستخدام الموارد المتاحة .

ومن ثم يمكن التعبير عن الشكل العام للمشكلات الإدارية التى تعالجها البرمجة الخطية كما يلى :

المطلوب جعل دالة الهدف س = $ص_1 + ص_2 + ص_3 \cdots + ص_ن$

(أقصى ما يمكن أو أدنى ما يمكن)

فى ظل القيود الآتية :

$ص_{١} + ص_{٢} \leq \cdots$

$ص_{٢} + ص_{٣} \leq \cdots$

وهكذا

وهناك عدد كبير من المشكلات الإدارية التى تنطبق عليها هذه الأوصاف ومنها :

● مشكلة تخطيط المنتجات .

وتتركز فى اختيار عدد معين من المنتجات من بين بدائل عديدة أخذاً فى الاعتبار طاقات الإنتاج ومستلزماته المتاحة ، ومتطلبات كل منتج من هذه الطاقات والمستلزمات ، بحيث يكون الربح المحقق أعلى ما يمكن .

● مشكلة تصميم السلعة .

وتتركز فى اختيار أنسب المواد الداخلة فى إنتاج السلعة من بين بدائل مختلفة أخذاً فى الاعتبار توفر هذه المواد من ناحية ، والإنتاجية المتوقعة لكل منها حال استخدامها من ناحية أخرى ، بحيث تكون تكلفة الإنتاج أدنى ما يمكن ( أو بحيث تكون جودة السلعة أعلى ما يمكن ) .

● مشكلة توزيع الاستثمارات .

وتتركز فى اختيار أنسب أنواع الاستثمار من بين عدد كبير من البدائل وتوزيع الإمكانيات الاستثمارية المتاحة بينها بحيث يكون عائد الاستثمار الصافى أعلى ما يمكن .

● مشكلة تخصيص رجال البيع .

وتتبلور فى كيفية توزيع رجال البيع ( وهم محدودى العدد ومختلفى

الكفاءة ) بين المناطق البيعية المختلفة بحيث يكون إجمالى المبيعات المحتمل أعلى ما يمكن .

- مشكلة تخصيص المساحات المخزنية .

حيث تعانى الشركات عادة من ضيق المساحات المخزنية المتاحة ، يكون قرار هام هو كيف يتم تخصيص هذه المساحة المحدودة بين الاستخدامات المختلفة ( خزن السلع المختلفة ) بحيث يكون معامل كفاءة التخزين أعلى ما يمكن .

- مشكلة تخطيط الإنتاج .

حيث ترغب الإدارة فى الوصول إلى أحسن خطة إنتاجية فى حدود الطاقات الآليه المحدودة المتاحة لها .

- مشكلات النقل والتوزيع .

تواجه الإدارة عادة بضرورة تخطيط عمليات النقل ( من وإلى جهات الإنتاج والتسويق ) بحيث يتم اختيار مسارات النقل ( أو أساليبه ) التى تحقق أعلى كفاءة توزيعية ممكنة ( أو أقل نفقة نقل ممكنة ) .

- مشكلة توزيع ميزانيات الإعلان .

وتعتبر من أهم المشكلات التى تواجهها إدارات التسويق والإعلان . وتتبلور المشكلة فى سؤال أساسى هو كيف يمكن توزيع الميزانية الإعلانية المحدودة بين وسائل الإعلان المختلفة بحيث يكون معيار فاعلية محدد للإعلان أقصى ما يمكن .

هذه هى بعض النماذج الأساسية للمشكلات الإدارية التى تستخدم البرمجة الخطية لعلاجها . ويلاحظ أن النمط العام للمشكلة يتركز فى محاولة الإدارة الإفادة من الموارد المتاحة لها وفى حدود القيود المفروضة عليها للوصول

إلى أفضل عائد يمكن التوصل إليه فى مثل تلك الظروف .

وباستخدام بعض الأمثلة العملية سنحاول التعمق فى تحليل طبيعة هذه الفئة من المشكلات الإدارية كأساس لتحديد متطلباتنا فى أسلوب معالجتها .

[ **مثال ١** ] :

تقوم إحدى الشركات الصناعية بإنتاج نوعين من البطاريات الجافة . وتواجه إدارة الإنتاج بالشركة مشكلة اختيار أساليب الإنتاج المناسبة وتحديد الكميات التى يتم إنتاجها باستخدام كل أسلوب حيث يتمثل الموقف فى الآتى :

- أن كل نوع من البطاريات يمكن إنتاجه بأحد طريقين ( أسلوبين للإنتاج ) .
- أن كل أسلوب إنتاجى يستلزم كميات مختلفة من عناصر الإنتاج الأساسية وهى ساعات العمل والمواد الخام الداخلة فى الإنتاج .
- أن كل وحدة منتجة من نوعى المنتجات تغل ربحاً صافياً يختلف باختلاف أسلوب الإنتاج المستخدم .
- أن هناك كميات محددة من عناصر الإنتاج لا تستطيع الإدارة تجاوزها .

والهدف الذى تسعى الإدارة إلى تحقيقه هو محاولة الوصول إلى أقصى مستوى ممكن من الربح الإجمالى من خلال أفضل خطة إنتاجية .

ويمكن تصوير أبعاد هذه المشكلة بالجدول التالى ( جدول رقم ( ١ ) )

جدول رقم ( ١ )

| البيان | وحدة من النوع ا | | وحدة من نوع ب | | الموارد المتاحة |
|---|---|---|---|---|---|
| | أسلوب ( ١ ) | أسلوب ( ٢ ) | أسلوب ( ٣ ) | أسلوب ( ٤ ) | |
| ساعات عمل | ٣ | ٣ | ٣ | ٣ | ١٥٠٠ |
| أرطال مادة س | ٧ | ٥ | ٣ | ٢ | ١٢,٠٠٠ |
| أرطال مادة ص | ٣ | ٥ | ١٠ | ١٥ | ١٠,٠٠٠ |
| الربح للوحدة (حـ ـ م) | ٤ | ٥ | ٩ | ١١ | MAX[(١)] |
| مستوى الإنتاج بالوحدة | ؟ | ؟ | ؟ | ؟ | |

بالنظر إلى هذه المشكلة يمكن استخلاص النتائج الآتية :

- أن هناك حلولا مختلفة لهذه المشكلة ، ويصبح الاختيار بين هذه الحلول البديلة عملية غاية فى التعقيد والتشابك إذا لم يتوفر أسلوب ما يرشد الإدارة إلى الاختيار الصحيح .
- أن هذه المشكلة لا تحتوى إلا عدداً محدداً من المتغيرات ( منتجين وثلاثة أنواع من المستلزمات ) وبالتالى فإن الوصول إلى الحل الأسلم سوف يصبح أكثر تعقيداً فى حالة زيادة أعداد المتغيرات زيادة كبيرة .
- أن اتخاذ قرار فى مثل هذه المشكلة لا يمكن أن يتم بتحليل أثر كل متغير منفرداً عن غيره من المتغيرات ( مثلا لا يمكن للإدارة أن تنظر إلى كل أسلوب إنتاجى على حدة ) بل ينبغى أن تدرس العلاقات التداخلية بين المتغيرات بعضها البعض .
- أن صعوبة الاعتماد على الأساليب البدائية لحل تلك المشكلات (ومنها استخدام الخبرة الشخصية للمدير أو تقديره للأمور كأساس

( ١ ) أقصى ما يمكن = .MAX

للاختيار أو مجرد الاختيار العفوى ) يتضح جلياً من طبيعة التغير الذى يصيب المتغيرات فى المشكلة . ومن ثم تحتاج الإدارة إلى معاودة التحليل واتخاذ قرار جديد مع كل تغير فى أبعاد الموقف (مثال ذلك انعدام ورود أحد المواد الخام ، ارتفاع تكلفة شراء بعض المواد ، أو تغير تكنولوجى يجعل نسب استخدام أساليب الإنتاج للمستلزمات مخالفة ) .

ويجدر أن نلاحظ أن هذه الفئة من المشكلات الإدارية يمكن أن نجد مناظراً لها فى مجالات أخرى ، فليس من شك أن المخطط الاقتصادى على المستوى القومى يواجه بمواقف مماثلة لتلك التى يعبر عنها المثال الأول حين يفاضل بين مشروعات بديلة لتنمية الاقتصاد القومى . ويصور المثال التالى مثل هذا الموقف :

[ **مثال ٢** ] :

إذا كانت الدولة قد اتخذت لنفسها هدفا هو تحقيق معدلات سريعة للتنمية الاقتصادية ، فإن مشكلتها هى اختيار أنواع النشاط الاقتصادى التى تسهم فى تحقيق هذا الهدف بأعلى درجة ممكنة ، أخذاً فى الاعتبار الموارد والإمكانيات المتاحة للدولة . وعلى سبيل المثال يمكن أن نتصور المشكلة التالية التى تواجه جهاز التخطيط المركزى فى دولة نامية :

هناك أربعة أنواع من الأنشطة الصناعية مطروحة للبحث ، لكل منها متطلبات مختلفة من العناصر الأساسية :

- رأس المال الأجنبى
- رأس المال المحلى
- القوى العاملة
- المواد الخام

فإذا كانت متطلبات وحدة النشاط وإسهامها فى زيادة الدخل القومى لكل نوع كالآتى :

( جدول رقم ٢ )

| البيان | ( ١ ) | ( ٢ ) | ( ٣ ) | ( ٤ ) | الموارد المتاحة |
|---|---|---|---|---|---|
| رأس المال الأجنبى | ٥٠ | ١٠٠ | ١١٠ | ٦٠ | ٢٠٠ |
| رأس المال المحلى | ١٢٠ | ٣٠ | ٦٠ | ١٣٠ | ٤٠٠ |
| القوى العاملة | ٢ | ٣ | ١ | ٢ | ٣ |
| المود الخام | ٣ | ١ | ٢ | ٢ | ٤ |
| معدل الزيادة فى الدخل القومى السنوى | ٪١٠ | ٪١٥ | ٪١٣ | ٪٧ | |

فالمطلوب اتخاذ قرار بمستوى النشاط فى كل من الأنواع الأربعة لتحقيق أعلى معدل زيادة ممكنه فى الدخل القومى أخذاً فى الاعتبار القيود المفروضة على الموارد . [ أى العدد الذى ينشأ من مشروعات كل نوع ]

يساعد هذا المثال على اكتشاف بعض الشروط الضرورية فى أنواع المشكلات الإدارية حتى تصبح قابلة للمعالجة بالبرمجة الخطية :

١ ــ أن الاستخدامات البديلة يفترض أنها تمثل عمليات مستمرة قابلة للتقسيم بأى مستوى ، أى أن النشاط موضع البحث يجب أن يكون مرنا من حيث المستوى الذى يمكن أن يتخذه . فيصبح قابلا للزيادة أو الانكماش. تطبيقاً على ذلك بالنسبة لمثال التخطيط الإنتاجى [ مثال رقم ١ ] يجب أن نتصور أن مستوى الإنتاج باستخدام أى من الأساليب الأربعة يمكن أن يتخذ أى قيمة بين صفر وقيمة موجبة ما تمثل الحد الأقصى الذى تسمح

الإمكانيات المتاحة وعلاقات الإنتاج ومعاملات الربحية بتحقيقه . كذلك فى [ مثال ٢ ] فإن المشروعات موضع البحث يجب أن تتصف بهذه القابلية للإنكماش أو التوسع بلا عقبات [ لا يتصور طبعاً أن يكون عدد المشروعات مثلا ½ ٣ أو ¼ ٤ مشروع ولكن المقصود أن الطاقة الإنتاجية للمشروعات يمكن أن تتخذ أى مستوى بين صفر وأعلى قيمة موجبة يمكن تحقيقها أخذاً فى الاعتبار ظروف الموقف ] .

٢ ــ أن مستوى النشاط يتناسب تناسباً خطياً Linear مع مستلزمات الإنتاج وعائد النشاط بمعنى إذا كانت الوحدة من النشاط الأول تتطلب ٥٠ مليوناً من الجنيهات من رأس المال الأجنبى ، فإن إقامة وحدتين من هذا النشاط تتطلب ١٠٠ مليون جنيه رأس مال أجنبى . كذلك إذا كانت الوحدة من هذا النشاط تغل عائداً قدره ١٠٪ زيادة فى الدخل القومى سنوياً ، فإن إقامة خمس وحدات يزيد الدخل القومى بنسبة ٥×١٠ = ٥٠ ٪ سنوياً وهكذا بالنسبة لباقى العناصر .

٣ ــ أن أنواع المستلزمات واحدة ( نمطية ) أى قابلة للاستخدام فى أى من المشروعات البديلة ولكنها تغل عوائد مختلفة فى كل استخدام حسب طبيعة القيود التى تحكم علاقاتها .

تلك هى الخصائص العامة للمشكلات الإدارية التى يمكن معالجتها باستخدام البرمجة الخطية . ويجدر أن نشير إلى أن هذه الخصائص التى أمكن تحديدها من المثالين [ ١ ، ٢ ] تنطبق بنفس الدرجة على كل أنواع المشكلات السابق ذكرها فى هذا المبحث كمشكلات تخصيص المندوبين ، أو توزيع الميزانية الإعلانية ، أو تحديد خطة النقل .

كذلك تهمنا الإشارة إلى أن هذا النوع من المشكلات لا يتعلق فقط بأنواع القرارات الإدارية بعيدة المدى والقرارات الاستثمارية مثلا ، أو

قرارات التخطيط طويل الأجل فقط ، ولكنها تنطبق أيضاً على كثير من عمليات وقرارات الإدارة اليومية ، ومن ثم فإن التوصل إلى أسلوب علمى موحد لمعالجة هذه المشكلات يجعل فى الإمكان الاعتماد على مستويات تنظيمية أدنى للوصول إلى القرار السليم وبالتالى تتوفر الإدارة العليا على بحث المشكلات الأكثر خطورة وتعقيداً .

# الفصل الثانى

## المنطق الأساسى للبرمجة الخطية

يقوم أسلوب البرمجة الخطية على أساس المفاهيم الرئيسية التالية :

- أن المشكلة الإدارية تتمثل فى نظام متكامل يتكون من جزئيات بينها علاقات ، ومن ثم تركز البرمجة الخطية على وصف هذه العلاقات التبادلية بين أجزاء النظام .
- يستخدم فى وصف هذه العلاقات عدد متكامل من المتباينات والمعادلات الخطية كل منها تمثل بعض الأنشطة التى يتكون منها النظام الأصلى للمشكلة .
- تمثل مجموعة المتباينات والمعادلات الخطية « نموذجاً » Model يستخدم للوصول إلى أحسن حل للمشكلة ( أى أحسن تصميم جديد للنظام ) أخذاً فى الاعتبار القيود الفنية والتكنولوجية المفروصة على النظام .

ويشير تعبير « البرمجة » إلى أنه اعتماداً على تلك العلاقات الخطية يمكن التوصل إلى برنامج عمل يحدد أنواع الأنشطة اللازم القيام بها وتوقيتها ومستوياتها ( كمياتها ) بشكل يسمح للنظام بالانتقال من الموقف الحالى له إلى الموقف المستهدف .

ويرتكز أسلوب البرمجة الخطية على مفهوم « النموذج » والذى يجب أن يستوفى الفروض الآتية :

* فرض النسبية Proportionality
* فرض الإيجابية Non-negativity
* فرض التراكمية Additivity

ويشير فرض النسبية إلى أن هناك تناسب بين تدفق الموارد ( المدخلات ) إلى النظام موضع البحث وتدفق المنتجات ( المخرجات ) إلى خارج النظام من ناحية ، وبين مستويات الأنشطة من ناحية أخرى . ومثال ذلك أنه إذا كان إنتاج وحدة واحدة من منتج معين يستلزم ساعة عمل واحدة ، فإن إنتاج وحدتين يتطلب ساعتين وهكذا . أى أن هناك تناسباً بين :

- المدخلات .
- المخرجات .
- مستوى النشاط .

وهذا التناسب هو الذى يحقق صفة الخطية Linearty فى النموذج .

ويشير فرض الإيجابية إلى أن كل المتغيرات الداخلة فى النظام تأخذ قيما غير سلبية ، فهى دائماً إما تساوى صفر أو تزيد عن الصفر .

من ناحية أخرى ، فإن فرض التراكمية يعنى أن الكمية الاجمالية لأى عنصر من عناصر النظام تساوى الكميات الداخلة فى أنشطة النظام المختلفة ناقصاً الكميات المتدفقة خارج النظام ( مخرجات ) .

ومن خلال التحديد السابق لمنطق البرمجة الخطية ، يمكن تصور مراحل استخدامها كالآتى :

- تحديد وصياغة المشكلة .
- بناء نموذج رياضى يعبر عن النظام موضع البحث .
- استخراج حل من النموذج .
- اختبار النموذج والحل المستخرج .

والمثال التالى يصور هذه المراحل والمنطق المبنية عليه :

تقوم شركة ببيع ثلاثة أنواع من المنتجات ، ولدى الشركة إمكانيات لتخزين ٢٠٠٠ وحدة فقط ، وبناء على دراسة السوق تبينت الإدارة أن

النوع الثالث ( حـ ) لا يجب أن يزيد عن ٢٥٠ وحدة ، وأن النوعين الثانى والثالث ( ب ، حـ ) لا يجب أن يزيداً عن ١٠٠٠ وحدة . فإذا كان الربح المقدر عن كل نوع كالآتى :

| | | |
|---|---|---|
| النوع ا | الربح عن الوحدة | ١ جنيه |
| النوع ب | الربح عن الوحدة | ٢ جنيه |
| النوع حـ | الربح عن الوحدة | ٣ جنيه |

فالمطلوب تحديد الكمية الواجب إنتاجها من كل نوع لتحقيق أقصى ربح .

١ — تحديد المشكلة :

مشكلة تخصيص الموارد المتاحة لتكوين أحسن مزيج من المنتجات لتحقيق أقصى ربح أخذاً فى الاعتبار القيود المفروضة ( الطاقة المخزنية المحدودة وطاقة السوق على الاستيعاب ) .

٢ — بناء النموذج الذى يصور المشكلة :

يتكون النموذج من عدد من المتباينات تصف الهدف المطلوب تحقيقه والعلاقات بين أجزاء النظام ( أو المشكلة ) والحدود المفروضة على اتخاذ القرار . وعلى هذا فإنه فى المثال الحالى يتكون لدينا النموذج التالى :

( ا ) دالة الهدف :

$\pi$ = ا + ٢ ب + ٣ حـ ← أقصى ما يمكن

ومعنى هذه الدالة أن يجعل ( $\pi$ ) أقصى ما يمكن من خلال اكتشاف كميات ا ، ب ، حـ أخذاً فى الاعتبار معامل الربح عن الوحدة من كل نوع .

(ب) متباينات القيود :

- ا + ب + حـ ⩽ ٢٠٠٠ ( وهذا تعبير عن قيد الطاقة المخزنية )
- ب + حـ ⩽ ١٠٠٠ ( تعبير عن قيد التسويق )

- حـ ⩽ ٢٥٠ (تعبير عن قيد التسويق)
- ا ، ب ، حـ ⩾ صفر (تحقيق لفرض الايجابية)

النموذج الرياضى

| |
|---|
| المطلوب تعظيم π = ا + ٢ ب + ٣ حـ |
| تحت القيود |
| ا + ب + حـ ⩽ ٢٠٠٠ |
| ب + حـ ⩽ ١٠٠٠ |
| حـ ⩽ ٢٥٠ |
| ا ، ب ، حـ ⩾ صفر |

٣ – استخراج حل من النموذح :

وللحصول على الحل الأمثل للمشكلة تتعدد أساليب البرمجة الخطية (وهى موضوع المبحث التالى) ومن أهم أشكال هذه الأساليب :

- الأسلوب البيانى .
- الأسلوب الجبرى .
- أسلوب النقل .
- أسلوب السمبلكس .

ويقوم منطق الحل على أساس تحويل المتباينات inequalities إلى متساويات equations عن طريق إدخال متغـيرات زائدة أو إضافة Slack Variables تمثل الجزء غير المستغل من الطاقة المتاحة . فى مثالنا الحالى تم إضافة المتغيرات س ، ص ، ع لتحويل المتباينات إلى متساويات كالآتى :

ا + ب + حـ + س = ٢٠٠٠

ب + حـ + ص = ١٠٠٠

حـ + ع = ٢٥٠

وحل هذه المشكلة ( وسنعود إلى أسلوب الحل فى البحث التالى ) هو :

| | |
|---|---|
| ا = ١٠٠٠ | س = صفر |
| ب = ٧٥٠ | ص = صفر |
| حـ = ٢٥٠ | ع = صفر |

ويكون مستوى الربح أعلى ما يمكن = ٣٢٥٠

٤ – تحقيق صحة الحل :

ا + ب + حـ + س = ١٠٠٠ + ٧٥٠ + ٢٥٠ + صفر = ٢٠٠٠

ب + حـ + ص = + ٧٥٠ + ٢٥٠ + صفر = ١٠٠٠

حـ + ع = ٢٥٠ + صفر = ٢٥٠

وذلك بالتعويض عن قيم المتغيرات فى متساويات النموذج .

**الصورة العامة لمشكلات البرمجة الخطية :**

استناداً إلى المنطق الأساسى للبرمجة الخطية ، يمكن تشكيل الصورة العامة لمشكلة البرمجة الخطية من خلال تمثل الموقف التالى :

ترغب إحدى الشركات الصناعية فى استغلال بعض الطاقات الإنتاجية المتاحة لديها وبيانها كالآتى :

| نوع الآلة | معدل الطاقة المتاحة ( ساعة يومياً ) |
|---|---|
| ا | ١٤ |
| ب | ١٨ |

ويمكن أن تستخدم هذة الطاقات فى إنتاج أى من السلعتين ح ، ك أو كليهما حيث تحتاج كل منهما إلى ساعات التشغيل الآتية :

| الآلة | ساعات التشغيل للوحدة منتج ح | ساعات التشغيل للوحدة منتج ك |
|---|---|---|
| ا | ١ | ٢ |
| ب | ٣ | ٢ |

وقد قد قامت الإدارة بعمل دراسة تسويقية لإستنتاج امكانيات البيع لكل من ح ،ك وتبين أن السوق يستطيع استيعاب ٤ وحدات فقط من ح يومياً بينما يمكن بيع أى عدد من وحدات ك . وقد دلت دراسة التكاليف وأسعار البيع المحتملة بأنه يمكن للشركة أن تحقق ربحاً قدره ١٥ جنيهاً عن الوحدة من ح ، ١٤ جنيهاً عن الوحدة من ك .

وتصاغ البيانات السابقة فى الصورة العامة للبرمجة الخطية بعد أن يتحدد الهدف كالآتى :

المطلوب إيجاد الكمية التى يجب إنتاجها من كل من المنتجين ح ، ك لتحقيق أقصى ربح .

**وضع النموذج الرياضى للمسألة :**

**أولا — دالة الهدف :**

من الواضح أن الهدف هو إيجاد معدل الإنتاج اليومى من المنتج ح ولنرمز له بالرمز $س_١$ ومعدل الإنتاج اليومى من المنتج ك أى $س_٢$ لتحقيق أقصى ربح ممكن فى ظل القيود المعطاه للمشكلة .

وعليه فإن دالة الهدف ( الربح ) هى :

$$ص = ١٥ س_{١} + ١٤ س_{٢}$$

والمطلوب إيجاد قيم المتغيرات $س_{١}$ ، $س_{٢}$ التى تؤدى للنهاية القصوى لاجمالى الربح ص .

**ثانياً — القيود :**

تختص القيود بتحديد العلاقة التى تربط المتغيرات $س_{١}$ ، $س_{٢}$ بالموارد المتاحة وعليه فإن كل مورد من الموارد المتاحة يناظره على الأقل قيد واحد . ولنركز انتباهنا أولا على الآلة ا . . . فمن جدول الانتاجية نجد أن كل وحدة من المنتج ح تستهلك ساعة من وقت الآلة ا أى أن $س_{١}$ من الوحدات من المنتج ح يلزمها :

$$١ \times س_{١}$$ من الساعات على الآلة ا

وبالمثل فإن $س_{٢}$ من الوحدات من المنتج ك يلزمها :

$$٢ \times س_{٢}$$ من الساعات على الآلة ا

وبالجمع ينتج أن الساعات اللازمة على الآلة ا لإنتاج $س_{١}$ من المنتج الأول ، $س_{٢}$ من المنتج الثانى يومياً هى :

$$١ س_{١} + ٢ س_{٢}$$

وحيث أن الساعات المتاحة على الآلة ا هى ١٤ ساعة يومياً فإن القيد الأول هو :

$$١ س_{١} + ٢ س_{٢} \leqslant ١٤$$

وبالمثل نجد أن القيد الثانى ( الخاص بوقت الماكينة ب ) هو :

$$٣ س_{١} + ٢ س_{٢} \leqslant ١٨$$

وبالنسبة لقيد التسويق فيلزم ألا يزيد معدل إنتاج المنتج الأول عن ٤ وحدات يومياً أى أن :

$$س_1 \leq ٤$$

وعلى ذلك فان المشكلة هى كالآتى :

أوجد قيم $س_1$ ، $س_2$ التى تؤدى إلى القيمة القصوى لدالة الهدف .

$$ص = ١٥\, س_1 + ١٤\, س_2$$

مع عدم الاخلال بالقيود :

$$س_1 + س_2 \leq ١٤$$

$$٣س_1 + ٢\, س_2 \leq ١٨$$

$$س_1 \leq ٤$$

$$س_1 \geq صفر \text{ ، } س_2 \geq صفر$$

وهى الصورة العامة لمشاكل البرمجه الخطية

**لماذا تحتاج الادارة إلى البرمجة الخطية :**

ينبع احتياج الإدارة إلى البرمجة الخطية ( وأساليب بحوث العمليات بوجه عام ) من طبيعة عملية اتخاذ القرارات ذاتها . إذ تقسم عملية اتخاذ قرار بشأن مشكلة إدارية ما بدرجات متفاوتة من الصعوبة والتعقيد تتزايد مع كبر حجم المشكلة وزيادة عدد المتغيرات الداخلة فى تكوينها ودرجة التغير فى أوضاع تلك المتغيرات . وبالتالى يصبح الوصول إلى قرار فى كثير من المشكلات الإدارية أمراً صعب المنال إذا حاول المدير الاعتماد على خبرته الشخصية أو على أساليب التجربة والخطأ أو التقدير الجزافى للأمور . ويصبح وجود أداة مساعدة فى اتخاذ القرارات أمراً حيوياً يسهل مهمة الإدارة ويرفع كفاءة ما يمكن أن تصل إليه من قرارات .

ولعلنا نستطيع تصوير هذه القضية بمثال افتراضى غاية فى البساطة ولكنه يمثل موقفاً شائعاً فى كثير من الوحدات الإنتاجية . إذا افترضنا أن شركة ما صغيرة الحجم تملك آلة واحدة تعمل لمدة ثمان ساعات يوميا ويمكنها أن تنتج أى من منتجات مختلفة كل منها يحقق ربحاً معيناً كما يتطلب قدراً معيناً من ساعات تشغيل الآلة لإنتاج وحدة واحدة . ويصور الشكل التالى البيانات الأساسية فى هذا المثال :

**المنتجات البديلة**

| | ساعات التشغيل للوحدة | الربح للوحدة |
|---|---|---|
| ا | ٤ | ٣ ح.م |
| ب | ٨ | ١٠ ح.م |
| ح | ٢ | ٤ ح.م |
| ء | ٦ | ٥ ح.م |
| ه | ٧ | ٩ ح.م |

العملية الإنتاجية

آلة واحدة
تعمل
٨ ساعات
يومياً

شكل رقم ( ١ )

والوصول إلى قرار بشأن أى المنتجات يخصص لها وقت الآلة فى هذه الشركة عملية بسيطة إذ تحتاج الإدارة إلى استخراج عدد الوحدات التى يمكن إنتاجها من كل وحدة حال تخصيص وقت الآلة لها ثم إيجاد مجمل الربح الذى يمكن تحقيقه من كل نوع بضرب عدد الوحدات فى معدل الربح عن الوحدة . وبإجراء هذه الحسابات نصل إلى النتيجة الآتية :

شكل رقم ( ٢ )

| المنتج | الوحدات الممكن إنتاجها | الربح المتوقع |
|---|---|---|
| ا | ٨ ÷ ٤ = ٢ | ٢ × ٣ = ٦ ح.م |
| ب | ٨ ÷ ٨ = ١ | ١ × ١٠ = ١٠ ح.م |
| ح | ٨ ÷ ٢ = ٤ | ٤ × ٤ = ١٦ ح.م |
| د | ٨ ÷ ٦ = ١,٣ | ١,٣ × ٥ = ٦,٥ ح.م |
| ه | ٨ ÷ ٧ = ١,١٤ | ١,١٤ × ٩ = ١٠,٢٦ ح.م |

وفقاً لهذا المنطق يصبح إنتاج أربع ( ٤ ) وحدات من النوع جـ أكثر ربحية للشركة . ويبدو هذا الحل بسيط ومنطق ومن ثم لا يدعو إلى التفكير في أساليب وأدوات مساعدة للتوصل إليه . ولكن هل المشكلات الواقعية فى وحدات الإنتاج على هذه الدرجة من البساطة واليسر . لا شك أن الإدارة تواجه عادة بمواقف أكثر تعقداً ، لذا سنحاول زيادة تعقيد المشكلة فى مثالنا لنرى كيف لا يصلح المنطق البسيط المجرد فى علاجها .

فإذا افترضنا أن الشركة تملك آلتين بدلا من آلة واحدة ، وأن كل نوع من المنتجات يجب أن يمر على كل آلة حتى يتم إنتاجه وأن البيانات الجديدة كالآتى :

شكل رقم ( ٣ )

| المنتجات الممكنة | ساعات التشغيل للوحدة الآلة (١) | ساعات التشغيل للوحدة الآلة (٢) | الربح للوحدة |
|---|---|---|---|
| ا | ٤ | ١ | ٣ جـ . م |
| ب | ٨ | ٦ | ١٠ جـ . م |
| جـ | ٢ | ٤ | ٤ جـ . م |
| د | ٦ | ٢ | ٥ جـ . م |
| هـ | ٧ | ٤ | ٩ جـ . م |

فإذا علمنا أن الآلة الأولى يمكن تشغيلها ثمان ساعات يومياً ، بينما لا يمكن تشغيل الآلة الثانية سوى ست ساعات يومياً فقط ، فكيف تصل الإدارة إلى قرار بشأن الأنواع التى تنتجها إذا أرادت أن تحقق أقصى ربح ممكن ؟

فى الحالة الأولى كان القرار إنتاج ٤ وحدات من النوع جـ وذلك يحقق ربحاً قدره ستة عشر ( ١٦ ) جنيهاً . ولكن بعد إضافة قيد الآلة الثانية يتضح لنا أنه لا يمكن إنتاج ٤ وحدات من جـ حيث تحتاج كل وحدة إلى ٤ ساعات تشغيل على الآلة الثانية ( أى ١٦ ساعة لإنتاج ٤ وحدات ) بينما كل المتاح من وقت الآلة هو ٦ ساعات فقط . إذن يجب البحث عن حل آخر . فى هذه الحالة تزداد صعوبة المشكلة حيث أن الإدارة تخضع لقيدين ( آلتين ) بدلاً من قيد واحد كما فى الحالة الأولى . وللوصول إلى مثل هذا الحل يجب أن نأخذ فى الاعتبار أثر الآلتين معاً وذلك من خلال حساب الكمية القصوى التى يمكن إنتاجها من كل نوع مع الأخذ فى الحسبان الطاقات الإنتاجية المتاحة . ويتم ذلك بحساب عدد الوحدات

التى يمكن إنتاجها من كل نوع على كل آلة ثم اختيار العدد الأقل كما يتضح من الشكل التالى :

رقم شكل ( ٤ )

| المنتجات | ساعات التشغيل للوحدة | | الانتاج الأقصى | | الربح للوحدة | إجمالى الربح |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | الآلة (١) | الآلة (٢) | الآلة (١) | الآلة (٢) | | |
| ا | ٤ | ١ | (٢) | ٦ | ٣ | ٦ |
| ب | ٨ | ٦ | ١ | ١ | ١٠ | ١٠ |
| ج | ٢ | ٤ | ٤ | (١,٥) | ٤ | ٦ |
| د | ٦ | ٢ | (١,٣) | ٣ | ٥ | ٦,٥ |
| هـ | ٧ | ٤ | (١,١٤) | ١,٥ | ٩ | ١٠,٢٦ |

يلاحظ أن احتساب الانتاج الأقصى من كل نوع تم باختيار العدد الأقل من الوحدات التى يمكن إنتاجها على أى من الآلتين وذلك لأن إنتاج وحدة واحدة يتطلب ضرورة التشغيل على الآلتين ومن ثم فإن الطاقة الأقل هى التى تحدد الحد الأقصى للانتاج . وعلى ضوء هذا الحساب يصبح القرار إنتاج ١,١٤ وحدة من النوع هـ حيث هذا يحقق أقصى ربح ( من غير المتصور طبقاً إنتاج ١,١٤ وحدة ولكن من المتصور طبعاً إنتاج خمس وحدات متكاملة كل خمسة أيام ) . ولكن السؤال الهام هو هل هذا القرار يمثل الحل الأمثل لمشكلة الشركة ؟ وللإجابة على هذا السؤال يجب بحث كل التوافيق الممكنة من المنتجات الخمسة وفى هذه الحالة فإن العمليات الحسابية سوف تصبح مطولة إلى حد بعيد خاصة إذا زاد عدد المنتجات عن خمسة أو زاد عدد الآلات عن اثنتين . من هنا تنبع الحاجة إلى أسلوب يسهل للإدارة الوصول إلى قرار بطريق منطق محدد مسبقاً .

**شروط استخدام البرمجة الخطية :**

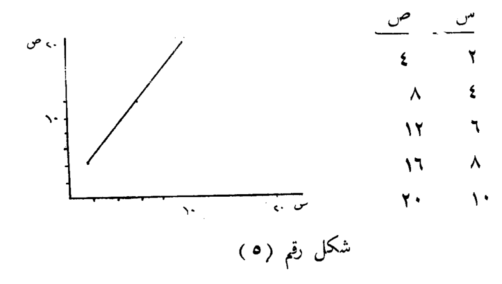
لكى يمكن استخدام البرمجة الخطية فإن هناك شروطاً أربعة يجب توافرها فى المشكلة الإدارية هى :

١ — يجب أن يكون هناك هدف محدد ومعبر عنه بطريقة كمية . كما يجب أن يكون الهدف واضحاً ودقيقاً بحيث يمكن أن يتخذ شكل معادلة رياضية .

٢ — ينبغى أن تكون الموارد موضع البحث نادرة أو محدودة العرض ، إذ لو كانت الموارد مترفرة تماماً لم تعد هناك مشكلة . وهذه الندرة فى الموارد تمثل أحد أهم القيود التى تخضع لها الإدارة فى سعيها لتحقيق الهدف .

٣ — يجب أن تكون هناك أساليب بديلة لمزج الموارد للوصول إلى الهدف حيث يكون لكل بديل عائد متوقع ، وتصبح المهمة اختيار ذلك البديل الذى يعطى أعلى عائد فى حدود القيود .

٤ — يجب أن تكون العلاقات بين المتغيرات علاقات خطية Linear ويقصد بذلك أن تغير ما فى أحد المتغيرات يحدث تغييراً متناسباً تماماً فى المتغير الآخر . والمثال الرقمى التالى يصور علاقة خطية :




| س | ص |
|---|---|
| ٢ | ٤ |
| ٤ | ٨ |
| ٦ | ١٢ |
| ٨ | ١٦ |
| ١٠ | ٢٠ |

شكل رقم (٥)

وحيث لا يمكن تصور أن جميع المشكلات الإدارية تتصف المتغيرات فيها بصفة الخطية ، فقد وجدت أساليب أخرى لمعالجتها منها مثلا « البرمجة غير الخطية » Non Linear Programming .

وإذا توافرت هذه الشروط الأربعه فى مشكلة ما يمكن للإدارة استخدام البرمجة الخطية للوصول إلى الحل الأمثل للمشكلة . وبشكل عام فإن البرمجة الخطية تمثل أداة ناجحة لمساعدة الإدارة فى المشكلات التخطيطية والتنظيمية ومشكلات المتابعة والتقييم .

## الفصل الثالث

# الأسلوب البيانى للبرمجة الخطية

The Graphical Method

يتوفر عدد من الأساليب لحل المشكلات الإدارية التى تتصف بالمواصفات التى تجعلها قابلة للحل بفكرة البرمجة الخطية . وتختلف هذه الأساليب المتاحة من حيث المدخل الإجرائى الذى تعتمد عليه . إلا أنها تتفق جميعاً فى بعض الصفات العامة أهمها :

– أن أساليب البرمجة الخطية تتميز بفكرة الحلول التتابعية Iteration بمعنى أن الوصول إلى حل ما للمشكلة يعتبر نقطة انطلاق إلى حل آخر أحسن وهكذا حتى نصل إلى الحل الأمثل Optimum .

– أن أساليب البرمجة الخطية توفر إمكانية اختبار الحل للتأكد من احتمال التحسين بمزيد من التتابع . بمعنى أن الأسلوب ذاته يتضمن قواعد لاختبار المثالية . وتتباين أساليب البرمجة الخطية من حيث درجة بساطتها من ناحية ومن حيث قدرتها على معالجة أنواع معينة من المشكلات الإدارية من ناحية، أخرى . وسنعرض فى هذا المبحث لأحد الأساليب المستخدمة وهو الأسلوب البيانى .

ويتم التعبير عن العلاقات الخطية التى تحكم المشكلة موضع البحث فى خطوط مستقيمة تمثل القيود ومن خلال العلاقات بينها نصل إلى الحلول الممكنة للمشكلة ، ثم اختيار الحل الأمثل باتباع بعض قواعد اختبار المثالية . وقبل أن نعرض تفصيلا للأسلوب البيانى يجب أن نوضح أن استخدام هذا الأسلوب قاصر على الحالات التى لا يزيد عدد المتغيرات

الأصلية فيها عن ثلاثة على الأكثر حيث يصعب تمثيل أكثر من ثلاثة أبعاد على رسم بيانى .

وقبل عرض الأسلوب البيانى يجدر توضيح بعض المفاهيم الرياضية الأساسية لأهميتها فى الأسلوب البيانى :

**أولا — المتباينة** inequality

وهى تعبير رياضى عن العلاقة بين متغيرات ولكنها ليست علاقة محددة قطعياً بل يمكن أن تتخذ أى قيمة فيما بين حدود معينة . مثال ذلك العلاقة .

٥ س ≶ ٥٠ ( حيث ≶ معناها تساوى أو أقل من ) معنى ذلك أن ٥ س يمكن أن تساوى ٥٠ أو أى قيمة أقل منها .

كذلك التعبير ٥ س ≷ ٥٠ ( حيث ≷ معناها تساوى أو أكبر من ) معنى ذلك أن ٥ س يمكن أن تساوى ٥٠ أو أى قيمة أكبر منها .

فى الحالة الأولى كانت ٥٠ تمثل الحد الأقصى لما يمكن أن تصل إليه قيمة ٥ س ، بينما فى الحالة الثانية كانت ٥٠ تمثل الحد الأدنى لقيمة ٥ س .

**ثانياً — المعادلة** equation

وهى تعبير رياضى يعبر عن علاقة بين متغيرات ولهذه العلاقة قيمة واحدة محددة مثال ذلك .

٥ س = ٥٠

معنى ذلك أن س = ١٠ ولا يمكن أن تزيد قيمة س أو تقل عن ١٠ بحال من الأحوال .

والمتباينة أكثر استخداماً فى البرمجة الخطية حيث توفر تعبيراً واقعيًّا عن كثير من العلاقات بين المتغيرات التى تحكم المشكلات الإدارية والتى يصعب التعبير عنها فى شكل معادلات محددة القيمة .

**[ مثال ١ ]**

تقوم الشركة العامة للمستلزمات المكتبية بانتاج نوعين من الموائد المعدة للآلة الكاتبة وذلك فى أحد الأقسام الإنتاجية بها . ويختلف كل نوع من الأنواع من الموائد بحسب الحجم والإضافات التى تجعله يصلح لاستخدامات أخرى . ويحتاج إنتاج الوحدة من كل من النوعين إلى استخدام آلتين ( ١ ) ، ( ٢ ) . فاذا كانت البيانات الأساسية عن هذا الموقف الإنتاجى كالآتى :

| | الآلة ( ١ ) | الآلة ( ٢ ) |
|---|---|---|
| – الطاقة الإنتاجية المتاحة | ٦٠ ساعة أسبوعيا | ٤٨ ساعة أسبوعيا |
| – ساعات تشغيل الوحدة من النوع الأول ( س$_{1}$) | ٤ ساعات | ٢ ساعة |
| – ساعات تشغيل الوحدة من النوع الثانى ( س$_{2}$ ) | ٢ ساعة | ٤ ساعة |
| – الربح للوحدة من س$_{1}$ | ٨ جنيهات | |
| – الربح للوحدة من س$_{2}$ | ٦ جنيهات | |

والقرار الواجب على الإدارة اتخاذه هو المزيج الأمثل من النوعين من الموائد بحيث تحقق الإدارة أقصى ربح ممكن أخذاً فى الاعتبار القيود الانتاجية المفروضة .

ومن المهم أن نشير عند حل هذه المشكلة البسيطة إلى أهمية أن تضع الإدارة فروضاً assumptions يتم فى ضوءها الحل . ومن الفروض الهامة هنا

أن السوق على استعداد لتقبل أى كميات من النوعين ( حيث لم تحدد البيانات المعطاة حدوداً للطاقة الاستيعابية للسوق ) .

**خطوات استخدام الأسلوب البيانى :**

**١ ــ تركيب المتباينات :**

من واقع البيانات المعطاة نجد أن هناك دالة للهدف وقيدين على حركة الإدارة كالآتى :

ــ دالة الهدف ح = ٨ $س_١$ + ٦ $س_٢$ ← أقصى ما يمكن .

ــ قيد الآلة الأولى ٤ $س_١$ + ٢ $س_٢$ ≤ ٦٠ .

ــ قيد الآلة الثانية ٢ $س_١$ + ٤ $س_٢$ ≤ ٤٨

أخذاً فى الاعتبار أن $س_١$ ، $س_٢$ ≥ صفر

**٢ ــ تحويل المتباينات إلى معادلات :**

ويتم ذلك بأخذ طريقين :

(ا) افتراض أن الطاقة المتاحة مستغلة بالكامل وفى هذه الحالة تصبح المعادلات كالآتى :

٤ $س_١$ + ٢ $س_٢$ = ٦٠

٢ $س_١$ + ٤ $س_٢$ = ٤٨

(ب) بإضافة متغيرات زائدة تعبيراً عن الطاقة غير المستغلة وفى هذه هذه الحالة تصبح المعادلات كالآتى :

٤ $س_١$ + ٢ $س_٢$ + $ص_١$ = ٦٠

٢ $س_١$ + ٤ $س_٢$ + $ص_٢$ = ٤٨

**٣ ــ إيجاد النقط على المحاور لرسم القيود :**

باستخدام المعادلتين فى (ا) سابقاً

٤ س$_١$ + ٢ س$_٢$ = ٦٠ ← (١)

٢ س$_١$ + ٤ س$_٢$ = ٤٨ ← (٢)

فى المعادلة (١) بفرض س$_١$ = صفر ∴ ٢ س$_٢$ = ٦٠ ∴ س$_٢$ = ٣٠
بفرض س$_٢$ = صفر ∴ ٤ س$_١$ = ٦٠ ∴ س$_١$ = ١٥

فى المعادلة (٢) بفرض س$_١$ = صفر ∴ ٤ س$_٢$ = ٤٨ ∴ س$_٢$ = ١٢
بفرض س$_٢$ = صفر ∴ ٢ س$_١$ = ٤٨ ∴ س$_١$ = ٢٤

ومن ذلك نستطيع رسم خطين مستقيمين الأول يمثل قيد الآلة الأولى ويعبر عن المعادلة ٤ س$_١$ + ٢ س$_٢$ = ٦٠ ويقطع المحور الأفقى (ويمثل س$_١$) عند النقطة ١٥ بينما يقطع المحور الرأسى (ويمثل س$_٢$) عند النقطة ٣٠ . وبنفس الطريقة يرسم خط مستقيم آخر يمثل قيد الآلة الثانية ويقطع المحورين الأفقى والرأسى عند النقطتين ٢٤ ، ١٢ على التوالى .

ومن الرسم الموضح بالشكل رقم(١) بالصفحة التالية يتضح أن تقاطع القيود يعطينا المساحة المظللة وهى منطقة الإنتاج الممكن .feasible production area

**٤ – تحديد إحداثيات نقطة التقاطع :**

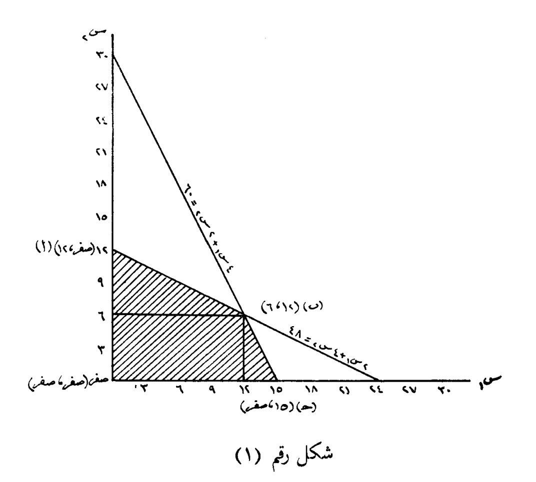
(عن طريق حل المستقيمين معاً) :

٤ س$_١$ + ٢ س$_٢$ = ٦٠ ، ٢ س$_١$ + ٤ س$_٢$ = ٤٨

$$س_١ = \frac{\begin{vmatrix} ٦٠ & ٢ \\ ٤٨ & ٤ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٢ & ٤ \end{vmatrix}} = \frac{١٤٤}{١٢} = \boxed{١٢} \quad ، \quad س_٢ = \frac{\begin{vmatrix} ٤ & ٦٠ \\ ٢ & ٤٨ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٢ & ٤ \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{٧٢}{١٢} = \boxed{٦}$$ (١)

(١) تم حل المعادلتين معاً باستخدام أسلوب المحددات Determinants ويستطيع القارئ الرجوع إلى – د . على السلمى – بحوث العمليات لاتخاذ القرارات الإدارية – دار المعارف بمصر – ١٨٧١ لمزيد من التفاصيل عن هذا الأسلوب .




شكل رقم (١)

**٥ – الربح عند كل نقطة :**

( بالتعويض فى معادلة الهدف ٨ $س_١$ + ٦ $س_٢$ ← أقصى ربح ممكن )

نقطة الأصل (٠،٠) = ٨ × ٠ + ٦ × ٠ = صفر

النقطة ( أ ) (صفر، ١٢) = ٨ × ٠ + ٦ × ١٢ = ٧٢ جنيهاً

» (ب) (١٢ ، ٦) = ٨ × ١٢ + ٦ × ٦ = **١٣٢ جنيهاً**

» (حـ) (١٥ ، صفر) = ٨ × ١٥ + ٦ × صفر = ١٢٠ جنيهاً

∴ أحسن حل عند النقطة (١٢،٦) وهى بطبيعة الحال أحسن نقطة منطقياً لأنها واقعة على كلا الخطين وبالتالى تؤدى إلى استغلال الطاقة الكاملة لكل من الآلتين وبالتالى يتحقق عندها أحسن ربح .

[ مثال ٢ ]

تقوم إحدى الشركات المحلية بإنتاج كلاً من الثلاجات وأجهزة تكييف الهواء ، وقد أوضحت حسابات الشركة أن معدل الربح للوحدة هو ٢٠ جنيهاً للثلاجة و٣٠ جنيهاً لجهاز تكييف الهواء ، وكانت المشكلة التى تواجه إدارة الإنتاج هى اتخاذ قرار بالمزيج الأمثل من الإنتاج الأسبوعى (أى تحديد الكميات الواجب إنتاجها من كل من الثلاجات وأجهزة تكييف الهواء ) بحيث يتحقق أقصى ربح ممكن للشركة .

وأوضحت المعلومات من إدارة الإنتاج ما يلى :

- يمكن للشركة تجميع ١٠٠ ثلاجة أسبوعيا
- يمكن للشركة تجميع ١٢٠ جهاز تكييف أسبوعيا
- إذا عمل العمال بكامل طاقاتهم الإنتاجية يمكنهم تجميع الهياكل اللازمة لـ ١٥٠ ثلاجة أو ١٥٠ جهاز تكييف أسبوعيا .
- طاقة قسم الكبس هى تجهيز ١٨٠ ثلاجة أو ١٨٠ جهاز تكييف أسبوعيا .
- طاقة التخزين للانتاج التام تستوعب ١٢٠ ثلاجة أو ٢٤٠ جهاز تكييف .

ويتم حل هذه المشكلة بيانيا كالآتى :

**١ – تركيب المتباينات :**

دالة الهدف $\pi$ = ٢٠ $س_١$ (الثلاجة ) + ٣٠ $س_٢$ ( جهاز التكييف ← أقصى ما يمكن .

- $س_١ \leqq$ ١٠٠
- $س_٢ \leqq$ ١٢٠
- $س_١ + س_٢ \leqq$ ١٥٠
- $س_١ + س_٢ \leqq$ ١٨٠
- ٢ $س_١ + س_٢ \leqq$ ٢٤٠

وبافتراض استغلال الطاقات المتاحة استغلالا كاملا فإن المتباينات تتحول إلى معادلات ومنها يمكن إيجاد النقط اللازمة لرسم القيود بيانياً كالآتى :

$س_{١}$ = ١٠٠ ∴ النقطة ( ١٠٠ ، وصفر )

$س_{٢}$ = ١٢٠ ∴ النقطة ( صفر ، ١٢٠ )

$س_{١}$ + $س_{٢}$ = ١٥٠ $س_{١}$ = صفر ∴ $س_{٢}$ = ١٥٠ ∴ النقطة ( صفر ، ١٥٠ )

$س_{٢}$ = صفر ∴ $س_{١}$ = ١٥٠ ∴ النقطة ( ١٥٠ ، صفر )

$س_{١}$ + $س_{٢}$ = ١٨٠ $س_{١}$ = صفر ∴ $س_{٢}$ = ١٨٠ ∴ النقطة ( صفر ، ١٨٠ )

$س_{٢}$ = صفر ∴ $س_{١}$ = ١٨٠ ∴ النقطة ( ١٨٠ ، صفر )

٢$س_{١}$ + $س_{٢}$ = ٢٤٠ $س_{١}$ = صفر ∴ $س_{٢}$ = ٢٤٠ ∴ النقطة ( صفر ، ٢٤٠ )

$س_{٢}$ = صفر ∴ ٢$س_{١}$ = ٢٤٠ ∴ $س_{١}$ = ١٢٠ ∴ النقطة ( ١٢٠ ، صفر )

وتستخدم هذه النقط لرسم القيود على الأحداثيات $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ومنها نحصل على المساحة المظللة ا ب حـ د هـ . ويلاحظ أن الحل الأمثل وهو ١٢٠$س_{٢}$ ، ٣٠ $س_{١}$ يقع عند النقطة ب التى تمثل أعلى نقطة تماس بين أحد أركان المنطقة الممكنة الإنتاج وأعلى خط للربح[1] وذلك فى الشكل رقم ( ٢ ) .

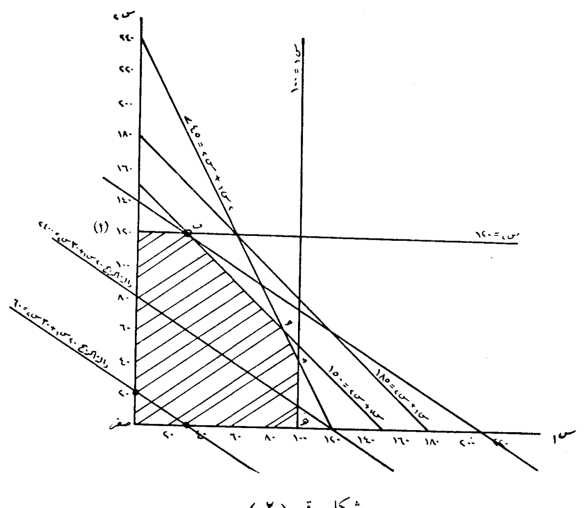
**تحديد إحداثيات الأركان ونقط التقاطع** : ( بواسطة حل المعادلات )

نقطة الأصل ( ٠ ، ٠ ) النقطة ( ا ) ( ٠ ، ١٢٠ )

النقطة ( ب ) هى نقطة تقاطع الخطين $س_{٢}$ = ١٢٠ ، $س_{١}$ + $س_{٢}$ = ١٥٠ نفرض $س_{٢}$ = ١٢٠ ∴ $س_{١}$ = ١٥٠ − ١٢٠

---

( ١ ) خط الربح عبارة عن خط مستقيم يتفق مع مستوى معين من الربح ، بمعنى أن كل النقط على هذا الخط تعطى نفس القدر من الربح . وتستخرج خطوط الربح من دالة الهدف وترسم على الرسم البيانى وتبدو فى شكل خطوط مستقيمة متوازية وتتجه إلى أعلى مع كل ارتفاع فى رقم الربح .



شكل رقم (٢)

∴ النقطة (٢) (٣٠ ، ١٢٠)

النقطة (حـ) هى نقطة تقاطع $س_1 + س_2 = ١٥٠$ ،
$٢س_1 + س_2 = ٢٤٠$ بطرح المعادلتين ∴ $س_1 = ٩٠$ ، $س_2 =$ ٦٠
(٩٠ ، ٦٠)

النقطة (د) هى نقطة تقاطع $س_1 = ١٠٠$ ، $٢ س_1 + س_2 = ٢٤٠$
بالتعويض ∴ $٢ \times ١٠٠ + س_2 = ٢٤٠$
∴ (١٠٠ ، ٤٠)

النقطة (هـ) (١٠٠ ، ٠)

.. **الربح عند كل نقطة** : بالتعويض فى معادلة الهدف ٢٠س$_1$ + ٣٠س$_2$

← أقصى ربح ممكن

نقطة الأصــل = ٢٠×٠ +٣٠×٠ = صفر

النقطة ا (٠ ، ١٢٠) = ٢٠×٠ +٣٠×١٢٠ = ٣٦٠٠جنيه

النقطة ب (٣٠ ، ١٢٠) = ٢٠×٣٠ +٣٠×١٢٠ = |٤٢٠٠ جنيه|

النقطة حـ (٩٠ ، ٦٠) = ٢٠×٩٠ +٣٠×٦٠ = ٣٦٠٠ جنيه

النقطة د (١٠٠ ، ٤٠) = ٢٠×١٠٠+٣٠×٤٠ = ٣٢٠٠ جنيه

النقطة هـ (١٠٠ ، ٠) = ٢٠×١٠٠+٣٠×٠ = ٢٠٠٠ جنيه

∴ النقطة (ب) أحسن نقطة أى القرار يكون إنتاج ٣٠ ثلاجة ، ١٢٠ جهاز تبريد وتحقق بذلك ربح قدره |٤٢٠٠ جنيه|

من الأمثلة السابقة يتضح لنا أن طريقة الرسم تقوم أساساً على منطق تمثيل القيود فى شكل خطوط مستقيمة ، ويمثل كل من المحورين الأفقى والرأسى أحد المتغيرين موضع البحث ومن خلال التعبير عن القيود يتم تحديد المنطقة الممكنة للانتاج والتى يمكن إنتاج أى مزيج من المتغيرين يقع بداخلها حيث أن ذلك يفى بشروط القيود ولا يخل بأى منها ، ويكون أساس اختيار المزيج الأمثل بطرق ثلاث .

**(ا) الطريقة الجبرية :**

وذلك بحل كل معادلتين تصفان قيدين متقاطعين حلاً آنياً لاستخراج قيم المتغيرين عند كل نقطة تقاطع ثم التعويض عن تلك القيم فى دالة الهدف واختيار تلك القيم التى تحقق أعلى قيمة لدالة الهدف .

**(ب) الطريقة الحسابية :**

ويتم فيها اختيار كل ركن من أركان المنطقة الممكنة الإنتاج وذلك بالتعويض عن قيم المتغيرين عند كل ركن ثم اختيار ذلك الركن الذى يحقق أعلى قيمة لدالة الهدف .

**( ج ) طريقة خطوط الربح :**

ويمكن برسم خطوط الربح التوصل إلى حل لمشكلة البرمجة الخطية وذلك من خلال التعبير عن دالة الهدف فى الرسم بخط مستقيم يعبر عن كميات متساوية من المساهمة لتغطية النفقات والربح عند كل مستوى من مستويات الإنتاج . ويتحدد ميل خط الربح على أساس نسبة الربح المحقق من المتغير الأول إلى الربح المحقق من المتغير الثانى ، وحيث تتمكن الإدارة من زيادة الأرباح بحسن استغلال الموارد المتاحة ، فإن خط الربح يجب أن يلامس أعلى قمة فى إطار المنطقة الممكنة . ويتحقق هذا بتحريك خط الربح إلى أعلى وفى اتجاه اليمين ( برسم خطوط ربح متوازية ) خلال المنطقة الممكنة حتى يلامس أحد خطوط الربح أعلى قمة بها وعند هذه النقطة يقع الحل الأمثل للمشكلة .

**[ مثال ٣ ]**

سوف نستعرض الطريقة البيانية حين استخدامها لحل مشكلة تحقيق أدنى نفقة Cost Minimization وتتعلق المشكلة بإحدى الشركات المنتجة للأغذية حيث تم تطوير غذاء جديد للأطفال يتكون من عنصرين أساسيين نعبر عنهما بالرمزين ا ، ب حيث تكلفة الوحدة من ا ٣ جنيهات وتكلفة الوحدة من ب ٥ جنيهات .

وتبين للإدارة أن كل من العنصرين يحتوى على العناصر الغذائية الأساسية بدرجات متفاوتة ، كما أن الإدارة حددت الحدود الدنيا لتوفر هذه العناصر فى المنتج النهائى . والبيانات التالية تمثل الموقف فى هذه المشكلة :

شكل رقم (٣)

| العناصر الغذائية | درجة توفر العناصر فى كل من ا ، ب | | الحد الأدنى اللازم توفره فى المنتج الأخير |
|---|---|---|---|
| | ا | ب | |
| بروتين | ٦ | ٢ | ١٨ وحدة |
| فيتامين ا | ٢ | ٤ | ١٦ وحدة |
| فيتامين ب | ٢ | ١٠ | ٢٠ وحدة |

والمشكلة التى تواجه الإدارة هى تحديد الكمية التى تستخدمها من كل من ا ، ب لتكوين الغذاء الجديد بمواصفاته المحددة وبحيث تصبح النفقات أقل ما يمكن :

ولحل هذه المشكلة نتبع الخطوات الآتية :

**أولا — تركيب المشكلة فى الصيغة الرياضية :**

دالة الهدف ص = ٣ $س_١$ + ٥ $س_٢$

حيث $س_١$ ترمز للعنصر ا و$س_٢$ ترمز للعنصر ب

وهناك ثلاثة قيود كالآتى :

٦ $س_١$ + ٢ $س_٢$ ⩾ ١٨ وحدة ( البروتين )

٢ $س_١$ + ٤ $س_٢$ ⩾ ١٦ وحدة ( فيتامين ا )

٢ $س_١$ + ١٠ $س_٢$ ⩾ ٢٠ وحدة ( فيتامين ب )

ويلاحظ أن الإشارة فى متباينات القيود مختلفة عنها فى حالة تعظيم الربح فهى الآن ⩾ أى أن المطلوب أن تكون قيمة المتباينة مساوية على الأقل للطرف الأيسر فيها إن لم تكن أكبر .

**ثانياً — التعبير عن القيود بيانياً :**

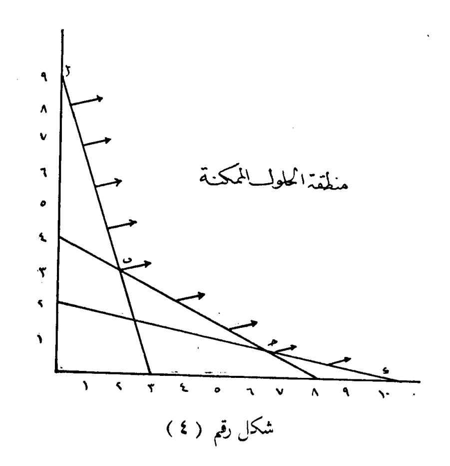
ويتم ذلك باستخدام نفس الأسلوب السابق شرحه حيث تحول المتباينات إلى معادلات ويتم تحديد النقط على الإحداثيات لكل قيد وهى :

بالنسبة للقيد الأول ٣ ، ٩

« « الثانى ٨ ، ٤

« « الثالث ١٠ ، ٢

يلاحظ من الشكل رقم (٤) على الصفحة التالية أن منطقة الحلول الممكنة تقع أعلى خطوط القيود وليس أسفلها كما فى حالة تحقيق أقصى ربح . والسبب فى ذلك كما أوضحنا أن قيم المتباينات تمثل الحد الأدنى فى حالة تحقيق أقل نفقة ومن ثم يجب أن تكون قيم المتغيرات إما واقعة على خطوط القيود تماماً أو أعلى منها ، وذلك بعكس حالة تعظيم الربح حيث تمثل قيمة المتباينة الحد الأقصى لقيم المتغيرات ومن ثم تكون تلك القيم إما واقعة تماماً على خطوط القيود أو أسفلها .




شكل رقم ( ٤ )

**ثالثاً ـ البحث عن الحل :**

وذلك باختيار قيم الأركان وهى فى هذه الحالة كما يلى :

س١   س٢

الركن ا ( ٠ ، ٩ ) = ( ٣ × ٠ ) + ( ٥ × ٩ )   = ٤٥ حـ٠م

الركن ب ( ٢ ، ٣ ) = ( ٣ × ٢ ) + ( ٥ × ٣ )   = ٢١ حـ٠م

الركن حـ ( ٢/٣ ٦، ٢/٣ ) = ( ٣ × ٢/٣ ٦ ) + ( ٥ × ٢/٣ )  = ٢٣,٣٣ حـ٠م

الركن ٮ ( ١٠، ٠ ) = ( ٣ × ١٠ ) + ( ٥ × ٠ )  = ٣٠ حـ٠م

وفى هذه الحالة فإن الحل الأمثل يقع عند النقطة ب حيث تبلغ النفقة ٢١ جنيهاً ويعنى هذا الحل أن يكون استخدام وحدتين من س١ ( ا ) وثلاث وحدات من س٢ ( ب ) .

**رابعاً – التحقق من صحة الحل :**

ويتم ذلك بالتعويض عن قيم $س_١$ و$س_٢$ فى متباينات المشكلة

$$٦ س_١ + ٢ س_٢ \geqslant ١٨$$

$$٦ \times ٢ + ٢ \times ٣ = ١٨$$

$$٢ س_١ + ٤ س_٢ \geqslant ١٦$$

$$٢ \times ٢ + ٤ \times ٣ = ١٦$$

$$٢ س_١ + ١٠ س_٢ \geqslant ٢٠$$

$$٢ \times ٢ + ١٠ \times ٣ = ٣٤$$

ويلاحظ أن هذا المزيج يوفر قدراً أعلى من الفيتامين ب ( ٣٤ بدلا من ٢٠ ) وهذا مقبول حيث أن ٢٠ تمثل الحد الأدنى الذى لا يجب النزول عنه . وإذا أرادت الإدارة أن تحصل على ٢٠ وحدة ڤيتامين ب فعلا فإن ذلك سوف يتطلب مزيجا مختلفاً من ا ، ب الأمر الذى يبعد الحل عن نقطة أدنى نفقة .

**بعض الجوانب التطبيقية فى الطريقة البيانية :**

**١ – مفهوم الربح والنفقة**

سبق أن حددنا ضرورة وجود علاقة خطية بين المتغيرات حتى يمكن استخدام أساليب البرمجة الخطية ومنها الطريقة البيانية . كذلك ورد فى الأمثلة أن هدف الإدارة يكون أحيانا تحقيق أقصى ربح . ونحن إذا حللنا العلاقة الأساسية بين حجم الإنتاج ( بالوحدات ) وبين الربح عن الوحدة نجد أنها علاقة غير خطية كما يتضح من المثال التالى :

- شركة تتحمل نفقات ثابتة ١٠٠ ج . م شهريا
- نفقات الوحدة من الإنتاج للعمل والمواد المباشرة تبلغ ١٠ جنيهات
- سعر بيع الوحدة ٢٠ جنيها

فإذا تصورنا موقف النفقات والربحية عند مستويات مختلفة من الإنتاج نحصل على النتائج الآتية :

شكل رقم (٥)

| حجم الإنتاج بالوحدات | النفقات الثابتة | النفقات المباشرة | إيراد البيع | الربح الإجمالى | الربح عن الوحدة |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ١٠٠ | ١٠ | ٢٠ | — ٩٠ | — ٩٠ |
| ٢ | ١٠٠ | ٢٠ | ٤٠ | — ٨٠ | — ٤٠ |
| ٣ | ١٠٠ | ٣٠ | ٦٠ | — ٧٠ | —٢٠،٣٣ |
| ٤ | ١٠٠ | ٤٠ | ٨٠ | — ٦٠ | — ١٥ |
| ٥ | ١٠٠ | ٥٠ | ١٠٠ | — ٥٠ | — ١٠ |
| ١٠ | ١٠٠ | ١٠٠ | ٢٠٠ | صفر | صفر |
| ٢٠ | ١٠٠ | ٢٠٠ | ٤٠٠ | ١٠٠ | ٥ |
| ٥٠ | ١٠٠ | ٥٠٠ | ١٠٠٠ | ٤٠٠ | ٨ |
| ١٠٠ | ١٠٠ | ١٠٠٠ | ٢٠٠٠ | ٩٠٠ | ٩ |

فإذا رصدنا قيم الربح عن الوحدة وقيم وحدات الإنتاج على رسم بيانى نجد أن العلاقة بينهما غير خطية والتساؤل الآن كيف يمكن التخلص من هذه المشكلة حتى نستطيع استخدام البرمجة الخطية ؟ ويكمن الحل فى البحث عن مفهوم آخر للربح بدلا من مفهوم الربح عن الوحدة . والمفهوم الجديد هو فكرة المساهمة Contribution ويقصد بها مساهمة كل وحدة فى تغطية النفقات الثابتة والربح ويقصد بها الفرق بين سعر البيع وبين النفقات المباشرة للوحدة . وسوف نلاحظ أن هذا الفرق ثابت دائماً عند أى مستوى من مستويات الإنتاج أى أن العلاقة بينه وبين حجم الإنتاج علاقة خطية . ويتضح ذلك من الشكل التالى (٦) :

شكل رقم (٦)

| حجم الإنتاج بالوحدات | إيراد البيع | النفقات المباشرة للوحدة | المساهمة الإجمالية | المساهمة للوحدة |
|---|---|---|---|---|
| ١ | ٢٠ | ١٠ | ١٠ | ١٠ |
| ٢ | ٤٠ | ٢٠ | ٢٠ | ١٠ |
| ٣ | ٦٠ | ٣٠ | ٣٠ | ١٠ |
| ٤ | ٨٠ | ٤٠ | ٤٠ | ١٠ |
| ٥ | ١٠٠ | ٥٠ | ٥٠ | ١٠ |
| ١٠ | ٢٠٠ | ١٠٠ | ١٠٠ | ١٠ |
| ٢٠ | ٤٠٠ | ٢٠٠ | ٢٠٠ | ١٠ |
| ٥٠ | ١٠٠٠ | ٥٠٠ | ٥٠٠ | ١٠ |
| ١٠٠ | ٢٠٠٠ | ١٠٠٠ | ١٠٠٠ | ١٠ |

فإذا رصدنا العلاقة بين عدد الوحدات المنتجة من ناحية وبين المساهمة الإجمالية من ناحية أخرى نجدها تتخذ شكل خط مستقيم . ومن ثم فإن الأصح عند استخدام البرمجة الخطية أن يتحدد الهدف فى تعظيم المساهمة الإجمالية وليس تعظيم الربح .

وبنفس المنطق عند الحديث عن جعل النفقات أدنى ما يمكن ، فإننا نجد أن العلاقة بين إجمالى النفقات للوحدة وبين حجم الإنتاج ليست خطية ، ولكن العلاقة بين النفقات المباشرة الإجمالية ( عمل وخامات ) وبين حجم الإنتاج هى من النوع الخطى ؛ لذا فإن هدف جعل النفقات أدنى ما يمكن يجب أن ينصب على إجمالى النفقات المباشرة total direct costs حتى تتوفر شروط استخدام البرمجة الخطية .

**٢ – معدل التبادل بين المتغيرات**

حين استخدام الطريقة البيانية لعلاج مشكلات الإدارة [ كما فى المثال رقم ٢ ] وجدنا أن الحل الأمثل هو أن تنتج الشركة ١٢٠ جهاز تبريد و٣٠ ثلاجة وهو الحل الذى يقع عند النقطة ب على الرسم البيانى .
وللتذكير نعيد قيم $س_١$ ، $س_٢$ عند الأركان المختلفة فى هذا المثال :

| | |
|---|---|
| نقطة الأصل | ( ٠ ، ٠ ) |
| نقطة ا | ( ٠ ، ١٢٠ ) |
| نقطة ب | ( ٣٠ ، ١٢٠ ) |
| نقطة حـ | ( ٩٠ ، ٦٠ ) |
| نقطة د | ( ١٠٠ ، ٤٠ ) |
| نقطة هـ | ( ١٠٠ ، ٠ ) |

وقد وضح لنا أن التحرك من نقطة الأصل ( أى لا إنتاج تماماً ) قد أنتج ربحاً بلغ ٣٦٠٠ جنيهاً ، والسؤال الآن بعد أن حددنا الحل الأمثل ماذا يحدث لو بحثنا عن حل آخر بإنقاص الثلاجات المنتجة من ٣٠ إلى ٢٩ مثلا ؟ لاشك أن هذا يترتب عليه زيادة أجهزة التبريد حيث تتوفر طاقة إنتاجية نتيجة لخفض عدد الثلاجات المنتجة . وللتعرف على الزيادة فى أجهزة التبريد نعوض عن $س_١$ بالرقم ٢٩ فى المعادلة الخاصة بقسم التجميع .

$$س_١ + س_٢ = ١٥٠$$

$$٢٩ + س_٢ = ١٥٠$$

$$\therefore س_٢ = ١٥٠ - ٢٩$$

$$= ١٢١$$

بنفس الطريقة لو عوضنا عن $س_1$ بالرقم ٢٩ فى معادلة قسم الكبس وهى :

$$س_1 + س_2 = ١٨٠$$

$$٢٩ + س_2 = ١٨٠$$

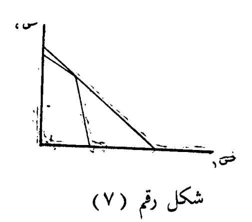
$$س_2 = ١٨٠ - ٢٩$$

$$= ١٥١$$

أى إنقاص الثلاجات وحدة واحدة يترتب عليه زيادة جهاز واحد من أجهزة التبريد . وتلك تظل ثابتة بين المتغيرين ويطلق عليها معدل التبادل Exchange Rate

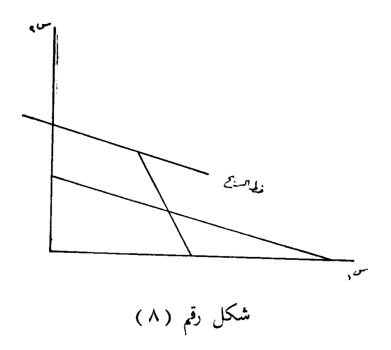
### ٣ — الحلول المثلى البديلة

هل ينتج حل أمثل وحيد فى كل حالة ؟ يحدث هذا إذا كان خط الربح يتماس مع أعلى نقطة على حدود منطقة الحلول الممكنة كما فى الشكل التالى (٧) .




شكل رقم (٧)

ولكن يحدث فى بعض الأحيان أن يتماس خط الربح مع جزء بأكمله من أحد القيود وليس مجرد نقطة فيه ، وفى هذه الحالة تصبح منطقة التماس كلها حلول مثلى تعطى نفس الربح الأقصى ولكن بتكوينات مختلفة من المتغيرات كما يتضح من الشكل التالى (٨) :




شكل رقم (٨)

يتضح من هذا الشكل أن خط الربح يلامس أعلى خط فى منطقة الحلول الممكنة فى جزء ممتد منه وليس مجرد نقطة عليه . وبالتالى يمكن أن تتعدد الحلول المثلى مع إعطاء نفس الربح لوقوعها كلها على خط ربح واحد .

## تطبيقات

باستخدام الطريقة البيانية المطلوب البحث عن الحلول المثلى للمشكلات الآتية :

١ – أوجد القيمة العظمى للمعادلة $ز = ٣ س_1 + ٢ س_2$

تحت للقيود : $س_1 + ٣ س_2 \leq ١٢$

$٣ س_1 + ٤ س_2 \leq ٣٠$

$س_1 ، س_2 \geq$ صفر

٢ – أوجد القيمة الدنيا للمعادلة $ز = ١٤ س_1 + ١٢ س_2$

تحت القيود : $١٢ س_1 + ٢٠ س_2 \geq ٢٤٠$

$٢٥ س_1 + ٥ س_2 \geq ١٥٠$

$س_1 ، س_2 \geq$ صفر

٣ – أوجد القيمة العظمى للمعادلة $ز = ٢٤٫٥ س_1 + ١٨ س_2$

تحت القيود : $س_1 + س_2 \geq ٤$

$٢ س_1 + ٥ س_2 \leq ٥٠$

$س_1 \leq ١٥$

$س_2 \geq ٢$

٤ – أوجدالقيمة الدنيا للمعادلة $ز = ٤ س_1 + ٤ س_2$

تحت القيود : $٥ س_1 + ٣ س_2 \leq ٤٥$

$٢ س_1 + ٢ س_2 \geq ١٦$

$س_1 \geq ٤$

$س_2 \geq$ صفر

٥ – أوجد القيمة العظمى للمعادلة $ز = ٣ س_1 + ٤ س_2$

تحت القيود : $١٥ س_1 + ١٨ س_2 \leq ٩٠$

٣ س$_{1}$ + س$_{2}$ $<$ ١٥

٢٠ س$_{1}$ + ٥ س$_{2}$ $\geq$ ١٣٠

س$_{1}$ ، س$_{2}$ $\geq$ صفر

٦ — تقوم الشركة المصرية العامة للمعادن بانتاج نوعين من السلع ا ، ب ويمر كلا النوعين على أربع أقسام إنتاجية . والجدول التالى يوضح الوقت اللازم لتشغيل كل نوع بكل من الأقسام الأربعة والوقت المتاح للإنتاج بكل قسم أسبوعياً :

| القسم الانتاجى | وقت الانتاج | المنتج ا | المنتج ب |
|---|---|---|---|
| ١ | ٥٠ ساعة | ٣ | ٤ |
| ٢ | ٤٥ ساعة | ٢ | ١ |
| ٣ | ٥٥ ساعة | ٥ | ٣ |
| ٤ | ٦٠ ساعة | ٤ | ٥ |

فاذا كانت الوحدة من النوع ا تحقق مساهمة لتغطية النفقات الثابتة والأرباح قدرها ٥ جنيهات ، بينما الوحدة من النوع ب تسهم بمبلغ ٧ جنيهات . فالمطلوب تحديد المزيج الأمثل من النوعين الذى يحقق أقصى مساهمة لتغطية النفقات والأرباح .

٧ — المطلوب إعادة حل المثال السابق أخذاً فى الاعتبار أن إدارة التسويق بالشركة قد حددت أن احتياجات السوق توجب ألا يزيد الانتاج من ا عن ١٠ وحدات أسبوعياً ولا يزيد الانتاج من ب عن ٧ وحدات أسبوعياً .

## الفصل الرابع

# الأسلوب الجبرى للبرمجة الخطية

The Algebraic Method

لقد اتضح لنا من خصائص الأسلوب البيانى عدم فاعليته فى حالة زيادة عدد المتغيرات فى المشكلة عن اثنين . ومن ثم يصبح البحث عن أسلوب آخر أمراً مطلوباً . ويمثل الأسلوب الجبرى وسيلة أكثر تطوراً للبحث عن النقط الأساسية وتحديد النقطة التى تمثل الحل الأمثل دون حاجة إلى استخدام الرسم البيانى . وإضافة إلى هذه الميزة ، فان الأسلوب الجبرى يعتبر تمهيد جيد لتقديم الطريقة العامة للبرمجة الخطية وهى المعروفة بطريقة السمبلكس Simplex Method .

**أسس الأسلوب الجبرى :**

لايختلف الأسلوب الجبرى عن أساليب البرمجة الخطية الأخرى من حيث ضرورة توفر الشروط الأساسية الأربعة فى المشكلة الإدارية حتى يمكن علاجها ، وهذه الشروط هى :

١ — تحديد الهدف بدقة ووضوح والتعبير عنه كمياً .

٢ — أن تكون العلاقات بين المتغيرات علاقات خطية .

٣ — أن تكون الموارد المتاحة محدودة العرض ( نادرة ) .

٤ — أن تكون هناك أساليب بديلة لاستخدام الموارد المتاحة كل منها يعطى عائداً مختلفاً .

وسوف نطرح أسس الأسلوب الجبرى من خلال مثال مبسط .

[ مثال رقم ١ ]

المطلوب إيجاد القيمة العظمى للمعادلة **ن** = ٥ س$_1$ + ٦ س$_2$

تحت القيود : ٣ س$_1$ + ٢ س$_2$ ⩾ ٣٢ ( آلة ١ )

س$_1$ + ٤ س$_2$ ⩾ ٣٤ ( آلة ٢ )

**الخطوة الأولى ــ صياغة المشكلة جبرياً**

لحل هذه المشكلة بالأسلوب الجبرى يتم تحويل المتباينات إلى معادلات وذلك باضافة متغيرات إضافية Slack تمثل ذلك القدر غير المستغل من الطاقة . وفى مثالنا هذا سوف نرمز إلى الطـــاقة العاطلة للآلة الأولى بالرمز ع$_1$ وإلى الطاقة العاطلة للآلة الثانية بالرمز ع$_2$ . وباضافة هذه المتغيرات تصبح المتباينات معادلات كالآتى :

٣ س$_1$ + ٢ س$_2$ + ع$_1$ = ٣٢

س$_1$ + ٤ س$_2$ + ع$_2$ = ٣٤

وحيث أن هذه الطاقات العاطلة لا تغل أى ربح ، لذا فانها تظهر فى معادلة الهدف مسبوقة بمعامل قدره صفر كما يلى :

**ن** = ٥ س$_1$ + ٦ س$_2$ + صفر ع$_1$ + صفر ع$_2$

والتزاماً بالمنطق الرياضى فان أى مجهول يظهر فى معادلة يجب ظهوره فى كل المعادلات الأخرى ، تصبح المشكلة فى صياغتها النهائية كما يلى :

أوجد القيمة العظمى للمعادلة **ن** = ٥ س$_1$ + ٦ س$_2$ + صفر ع$_1$ + صفر ع$_2$

تحت القيود : ٣ س$_1$ + ٢ س$_2$ + ع$_1$ + صفر ع$_2$ = ٣٢

س$_1$ + ٤ س$_2$ + صفر ع$_1$ + ع$_2$ = ٣٤

**الخطوة الثانية — البحث عن حل مبدئى :**

إن الحل المبدئى فى الأسلوب الجبرى يتمثل فى جعل الطاقات العاطلة أعلى ما يمكن بمعنى عدم إنتاج أى وحدة من الأنواع المختلفة . وبرغم أن هذا الحل غير مربح إلا أنه ممكن [ عند استخدام الأسلوب البيانى يقع هذا الحل عند نقطة الأصل حيث قيم الإحداثيات ( صفر ، صفر ) ] .

ولتصوير هذا الحل تعاد صياغة معادلات القيود بالشكل الآتى :

$$ع_{١} = ٣٢ - ٣ س_{١} - ٢ س_{٢} - صفرع_{٢}$$

$$ع_{٢} = ٣٤ - س_{١} - ٤ س_{٢} - صفرع_{١}$$

وحيث نفترض أن $س_{١}$ = صفر و $س_{٢}$ = صفر

$$\therefore ع_{١} = ٣٢ - (٣ \times صفر) - (٢ \times صفر) - (صفرع_{٢}) = ٣٢$$

$$ع_{٢} = ٣٤ - (صفر) - (٤ \times صفر) - (صفرع_{١}) = ٣٤$$

وفى هذه الحالة يكون الربح مساوياً

$$ر = ٥ س_{١} + ٦ س_{٢} + صفرع_{١} + صفرع_{٢}$$

$$= ٥ (صفر) + ٦ (صفر) + صفر (٣٢) + صفر (٣٤) = صفر$$

ويمثل هذا الحل الممكن فنياً وغير المرغوب اقتصادياً نقطة البدء فى تطبيق الأسلوب الجبرى .

**الخطوة الثانية : البحث عن حل أفضل**

للبحث عن حل أفضل يجب دراسة معادلة الهدف ، حيث يتضح منها أن هناك إمكانية لتحقيق أرباح إذا تم إنتاج بعض وحدات من $س_{١}$ أو $س_{٢}$ ( أوكليهما ) حيث أن كل من هذين المتغيرين يقترن بمعامل ربح موجب ( ٥ جنيهات فى حالة $س_{١}$ و ٦ جنيهات فى حالة $س_{٢}$ ) . ولاختيار حل أفضل

نبدأ بالتركيز على المتغير الذى يغل عائداً أعلى وهو فى هذه الحالة $س_٢$ . ولكن اتخاذ قرار بإنتاج $س_٢$ يتطلب أن نحدد الحد الأقصى للوحدات التى يمكن إنتاجها منه . وبالنظر إلى معادلات القيود وبإفتراض أن كل الوقت المتاح فى قسمى الإنتاج سيخصص لإنتاج $س_٢$ وحيث إنتاج وحدة واحدة من $س_٢$ يحتاج إلى ساعتين فى القسم الأول وأربع ساعات فى القسم الثانى

∴ العدد الأقصى من $س_٢$ الذى يمكن إنتاجه فى القسم الإنتاجى الأول $= \frac{٣٢}{٢} = ١٦$

والعدد الأقصى من $س_٢$ الذى يمكن إنتاجه فى القسم الإنتاجى الثانى $= \frac{٣٤}{٤} = ٨\frac{١}{٢}$

وحيث أن إنتاج وحدة من $س_٢$ يتطلب المرور على القسمين الإنتاجيين إذن الحد الأقصى للإنتاج يتحدد بطاقة القسم الثانى الذى لا يعطى أكثر من $٨\frac{١}{٢}$ وحدة من $س_٢$ . (للتدليل على صحة هذا الاستنتاج فإن القرار بانتاج ١٦ وحدة من $س_٢$ يحتاج فى القسم الثانى إلى ١٦ × ٤ = ٦٤ ساعة بينما كل المتاح ٣٤ ساعة فقط) .

وحيث استقر الرأى على إنتاج $٨\frac{١}{٢}$ $س_٢$ ($س_١$ فى هذه الحالة = صفر) تصبح المعادلات كالآتى :

$$ع_١ = ٣٢ - ٣ \, (صفر) - ٢ \, (٨\tfrac{١}{٢}) \; صفر \; ع_٢ = ١٥$$

$$ع_٢ = ٣٤ - ١ \, (صفر) - ٤ \, (٨\tfrac{١}{٢}) - صفر \; ع_١ = صفر$$

أى أن الحل الثانى للمشكلة يقرر ما يلى

$س_١ =$ صفر

$س_٢ = ٨\frac{١}{٢}$

$ع_١ = ١٥$ ( طاقة عاطلة فى القسم الأول )

ع$_{٢}$ = صفر

ويصير الربح فى هذه الحالة

ر = ٥ (صفر) + ٦ (٨$\frac{١}{٢}$) + صفر (١٥) + صفر ( صفر) = ٥١ ج.م

ولا شك أن هذا الحل الثانى أفضل كثيراً من الحل المبدئى ولكن هل هو الحل الأمثل ؟

**الخطوة الثالثة ـــ اختبار مثالية الحل الثانى :**

لاحظنا فى الخطوة الثانية أن إنتاج ٨$\frac{١}{٢}$ وحدات من س$_{٢}$ ترتب عليه جعل قيمة ع$_{٢}$ = صفر ( وقد كانت فى الحل المبـــدئى = ٣٤ ) . معنى هذا أن س$_{٢}$ قد حلت فى الحل المعدل محل ع$_{٢}$ ( ويعبر عن ذلك بأن س$_{٢}$ قد دخلت فى الحل ) . ومن ثم فان هذا التغير لا بد وأن ينعكس على معادلات القيود وذلك بحل معادلة ع$_{٢}$ بالنسبة لـــ س$_{٢}$ كما يلى:

ع$_{٢}$ = ٣٤ − س$_{١}$ − ٤ س$_{٢}$ − صفر ع$_{١}$

بالحل بالنسبة لـــ س$_{٢}$

٤ س$_{٢}$ = ٣٤ − س$_{١}$ − ع$_{٢}$ − صفر ع$_{١}$

بالقسمة على ٤

∴ س$_{٢}$ = ٨$\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٤}$ س$_{١}$ − $\frac{١}{٤}$ ع − صفر ع$_{١}$

وبالتعويض عن قيمة س$_{٢}$ فى معادلة القيد الأول وهى

ع$_{١}$ = ٣٢ − ٣ س$_{١}$ − ٢ س$_{٢}$ − صفر ع$_{٢}$

∴ ع$_{١}$ = ٣٢ − ٣ س$_{١}$ − ٢ ( ٨$\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٤}$ س$_{١}$ − $\frac{١}{٤}$ ع$_{٢}$ − صفر ع$_{١}$ )

= ١٥ − $\frac{١}{٢}$ ٢ س$_{١}$ + $\frac{١}{٢}$ ع$_{٢}$

وبذلك تصبح القيود الجديدة بعد إدخال س$_{٢}$ فى الحل كما يلى :

ع$_{١}$ = ١٥ − ٢$\frac{١}{٢}$ س$_{١}$ + $\frac{١}{٢}$ ع$_{٢}$

س$_{٢}$ = ٨$\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٤}$ س$_{١}$ − $\frac{١}{٤}$ ع$_{٢}$

وحيث لابد أن تنعكس هذه التعديلات على معادلة الهدف ، تصبح الأخيرة كما يلى ( وذلك بالتعويض على القيم الجديدة لكل من ع$_1$ ، س$_2$ ) :

ر = ٥ س$_1$ + ٦ س$_2$ + صفر ع$_1$ + صفر ع$_2$

= ٥ ( س$_1$ ) + ٦ ( ٨$\frac{1}{2}$ − $\frac{1}{4}$ س$_1$ − $\frac{1}{4}$ ع$_2$ + صفر ( ١٥ − ٢$\frac{1}{2}$ س$_1$ + $\frac{1}{2}$ ع$_2$ ) + صفر ع$_2$

= ٥ س$_1$ + ٥١ − ١$\frac{1}{2}$ س$_1$ − ١$\frac{1}{2}$ ع$_2$

= ٥١ + ٣$\frac{1}{2}$ س$_1$ − ١$\frac{1}{2}$ ع$_2$

ومعنى هذه المعادلة أن الربح المحقق فى الحل الثانى ويبلغ ٥١ ج. م يمكن أن يرتفع إذا تم إنتاج وحدات من س$_1$ حيث يزيد ٣$\frac{1}{2}$ ج. م عن كل وحدة منتجة من س$_1$ . وهذه المعادلة الجديدة للهدف تبرز صافى التأثيرات الناتجة عن الحل المعدل للمشكلة .

**وكقاعدة عامة :**

فإن وجود متغير له معامل موجب فى معادلة الهدف الجديدة يدل على إمكان تحسين الربح وإيجاد حل فضل ، كذلك فإن وجود متغير له معامل سالب يدل على أن إدخال هذا المتغير فى الحل يترتب عليه إنخفاض الربح .

وفى المثال الحالى فإن المتغير س$_1$ له معامل ٣$\frac{1}{2}$ وهدا دليل على أنه يمكن إيجاد حل أفضل من الحل الثانى وذلك حيث أن كل وحدة من س$_1$ تدخل الحل يترتب عليها زيادة فى الربح قدرها ٣$\frac{1}{2}$ جنيه .

**الخطوة الرابعة — البحث عن حل ثالث :**

مرة أخرى نتساءل عن العدد الأقصى من $س_١$ الذى يمكن إنتاجه حيث تقرر أن إدخال $س_١$ فى الحل يزيد الربح . ولتحديد هذا العدد نعود إلى اختبار معادلات القيود الجديدة وهى :

$$ع_١ = ١٥ - ٢\tfrac{١}{٢} س_١ + \tfrac{١}{٢} ع_٢$$
$$س_٢ = ٨\tfrac{١}{٢} - \tfrac{١}{٤} س_١ - \tfrac{١}{٤} ع_٢$$

لو افترضنا أن الساعات الباقية فى القسم الأول وعددها ١٥ ساعة خصصت لإنتاج $س_١$ التى تحتاج الوحدة الواحدة منها إلى $٢\tfrac{١}{٢}$ ساعة

∴ العدد الأقصى من $س_١$ الذى يمكن إنتاجه فى القسم الإنتاجى الأول

$$= \frac{١٥}{٢\tfrac{١}{٢}} = ٦ \text{ وحدات}$$

وبالنسبة القسم الثانى نجد أن إنتاج $٨\tfrac{١}{٢}$ وحدات من $س_٢$ يستهلك كل الوقت المتاح له وبالتالى فإن إنتاج وحدة من $س_١$ فى ذلك القسم لا بد وأن تتم عن طريق الاستغناء عن إنتاج بعض وحدات $س_٢$ . ويحدد العدد الأقصى لوحدات $س_١$ التى يمكن إنتاجها بهذه الطريقة معامل التبادل بين $س_١$ ، $س_٢$ فى القسم الثانى وهو $\tfrac{١}{٤}$

∴ العدد الأقصى الذى يمكن إنتاجه من $س_١$ فى القسم الإنتاجى الثانى

$$= \frac{٨\tfrac{١}{٢}}{\tfrac{١}{٤}} = ٣٤$$

**وكقاعدة عامة :**

لإيجاد الكمية التى يمكن إنتاجها من المتغير الذى تقرر إدخاله فى الحل تتبع الخطوات الآتية :

١ – يقسم الرقم الثابت فى معادلة القيد على معامل المتغير الداخل إلى الحل .

٢ – يختار أصغر ناتج قسمة موجب ويصبح هو الكمية التى ستضاف .

وفى مثالنا هذا فإن الكمية التى تنتج من س$_1$ هى ٦ ( أصغر ناتج قسمة موجب من ٣٤ ، ٦ ) .

وحيث كانت معادلات القيود

ع$_1$ = ١٥ − ٢$\frac{1}{2}$ س$_1$ + $\frac{1}{2}$ ع$_2$

س$_2$ = ٨$\frac{1}{2}$ − $\frac{1}{4}$ س$_1$ − $\frac{1}{4}$ ع$_2$

وبإحلال القيمة ٦ بدلا من س$_1$ والقيمة صفر بدلا من ع$_2$

ع$_1$ = ١٥ − ٢$\frac{1}{2}$ (٦) + $\frac{1}{2}$ ( صفر ) = صفر ( لا طاقة عاطلة )

س$_2$ = ٨$\frac{1}{2}$ − $\frac{1}{4}$ (٦) − $\frac{1}{4}$ ( صفر ) = ٧

أى أن الحل الجديد هو كالآتى :

ع$_1$ = صفر

ع$_2$ = صفر

س$_1$ = ٦

س$_2$ = ٧

وبالتعويض عن هذه القيم الجديدة فى معادلة الهدف تصبح

ر = ٥ س$_1$ + ٦ س$_2$ + صفر ع$_1$ + صفر ع$_2$

= ( ٥ × ٦ ) + ( ٦ × ٧ ) + ( صفر × صفر ) + ( صفر × صفر )

= ٣٠ + ٤٢

= ٧٢ ﺣ . م وهو ربح أعلى من الحلول السابقة .

ويلاحظ أن هذا الحل يستهلك كل الوقت المتاح فى القسمين الأول والثانى كما يتأكد لنا من مراجعة معادلات القيود الأولى .

**الخطوة الأخيرة — اختبار مثالية الحل الثالث :**

تكرر ذات الإجراءات التى اتبعت فى اختبار مثالية الحل الثانى وذلك بإظهار أثر إدخال $\text{س}_{١}$ فى الحل على معادلات القيود والهدف .

وقد كانت القيود كالآتى :

$$\text{ع}_{١} = ١٥ - ٢\tfrac{١}{٢}\,\text{س}_{١} + \tfrac{١}{٢}\,\text{ع}_{٢}$$

$$\text{س}_{٢} = ٨\tfrac{١}{٢} - \tfrac{١}{٤}\,\text{س}_{١} - \tfrac{١}{٤}\,\text{ع}_{٢}.$$

وفى الحل الثالث أدخلنا $\text{س}_{١}$ محل $\text{ع}_{١}$ $\left( \frac{١٥}{٢\frac{١}{٢}} = ٦ \right)$ ، ولإظهار أثر هذا التغيير نحل معادلة $\text{ع}_{١}$ بالنسبة لـ $\text{س}_{١}$

$$\text{ع}_{١} = ١٥ - ٢\tfrac{١}{٢}\,\text{س}_{١} + \tfrac{١}{٢}\,\text{ع}_{٢}$$

$$٢\tfrac{١}{٢}\,\text{س}_{١} = ١٥ - \text{ع}_{١} + \tfrac{١}{٢}\,\text{ع}_{٢}$$

وبالقسمة على $٢\frac{١}{٢}$ نحصل على

$$\text{س}_{١} = ٦ - \tfrac{٢}{٥}\,\text{ع}_{١} + \tfrac{١}{٥}\,\text{ع}_{٢}$$

وبالتعويض عن $\text{س}_{١}$ فى معادلة $\text{س}_{٢}$

$$\text{س}_{٢} = ٨\tfrac{١}{٢} - \tfrac{١}{٤}\,\text{س}_{١} - \tfrac{١}{٤}\,\text{ع}_{٢}$$

$$= ٨\tfrac{١}{٢} - \tfrac{١}{٤}\left(٦ - \tfrac{٢}{٥}\,\text{ع}_{١} + \tfrac{١}{٥}\,\text{ع}_{٢}\right) - \tfrac{١}{٤}\,\text{ع}_{٢}$$

$$= ٨\tfrac{١}{٢} - ١\tfrac{١}{٢} + \tfrac{٢}{٢٠}\,\text{ع}_{١} - \tfrac{١}{٢٠}\,\text{ع}_{٢} - \tfrac{١}{٤}\,\text{ع}_{٢}$$

$$= ٧ + \tfrac{١}{١٠}\,\text{ع}_{١} - \tfrac{٣}{١٠}\,\text{ع}_{٢}$$

أى أن معادلات القيود الجديدة هى :

$$س_{١} = ٦ - \frac{٢}{٥} ع_{١} + \frac{١}{٥} ع_{٢}$$

$$س_{٢} = ٧ + \frac{١}{١٠} ع_{١} - \frac{٣}{١٠} ع_{٢}$$

وبالتعويض عن هذه القيم الجديدة فى معادلة الهدف تصبح كالآتى :

$$ر = ٥ س_{١} + ٦ س_{٢} + صفر ع_{١} + صفر ع_{٢}$$

$$= ٥ (٦ - \frac{٢}{٥} ع_{١} + \frac{١}{٥} ع_{٢}) + ٦ (٧ + \frac{١}{١٠} ع_{١} - \frac{٣}{١٠} ع_{٢}) + صفر + صفر$$

$$= ٣٠ - ٢ ع_{١} + ع_{٢} + ٤٢ + \frac{٣}{٥} ع_{١} - \frac{٩}{٥} ع_{٢}$$

$$= ٧٢ - \frac{٧}{٥} ع_{١} - \frac{٤}{٥} ع_{٢}$$

وحيث لا يوجد فى هذه المعادلة أى متغيرات ذات معامل موجب فقد وصلنا إلى الحل الأمثل ولم يعد هناك مجال لتحسين الربح . ودلالة هذه المعادلة الأخيرة أن أى تغيير بإدخال $ع_{١}$ أو $ع_{٢}$ (وهى تمثل الطاقات العاطلة ) سيترتب عليه تخفيض الربح عن ٧٢ جنيهاً .

## تطبيقات

المطلوب إيجاد حلول للمشكلات الآتية باستخدام الأسلوب الجبرى .

١ – البيانات التالية تصور الموقف فى إحدى الشركات الصناعية :

| المنتج | احتياجات التشغيل بالدقائق | | |
|---|---|---|---|
| | مركز الإنتاج (١) | مركز الإنتاج (٢) | مركز الإنتاج (٣) |
| ا | ٥ | ٥ | ١٠ |
| ب | ٨ | ٧ | ١٢ |
| حـ | ١٠ | ١٢ | ١٦ |
| إجمالى الوقت المتاح بالدقائق | ٩٦٠ | ١٤٤٠ | ١٩٢٠ |

فإذا كانت مساهمة كل منتج لتغطية الربح والنفقات كالآتى :

المنتج ا يسهم بمبلغ ١,٢٥ حـ. م للوحدة

المنتج ب « « ٢,٥٠ حـ. م «

المنتج حـ « « ٤,٠٠ حـ. م «

فالمطلوب إيجاد المزيج الأمثل الذى يحقق أقصى مساهمة إجمالية .

٢ – أوجد القيمة العظمى للمعادلة نر = ٣ س$_{١}$ + ٤ س$_{٢}$ + ٢ س$_{٣}$

تحت القيود : ٢ س$_{١}$ + س$_{٢}$ + س$_{٣}$ < ٤٨

٣ س$_{١}$ + ٦ س$_{٢}$ + ٣ س$_{٣}$ ≤ ٦٦

١٠ س$_{١}$ + ٥ س$_{٢}$ + ١٠ س$_{٣}$ ≤ ١٣٠

٣ – أوجد القيمة العظمى للمعادلة نر = ٣ س$_{١}$ + ٥ س$_{٢}$

تحت القيود : ٤ س$_{١}$ + ٣ س$_{٢}$ < ١٢٠

٥ س$_{١}$ + ٧ س$_{٢}$ < ٢٩٠

# الفصل الخامس

## طريقة السمبلكس

Simplex Method

إن أساليب البرمجة الخطية لم تظهر إلى حيز المعرفة العلمية إلا بعد سنة ١٩٤٧ حين كان كل من مارشال وود (M. R. Wood) وجورج ب. دانتزج (G. B. Dantzig) وغيرهم يعملون فى قسم البحوث بالسلاح الجوى الأميركى لدراسة إمكانية استخدام الأساليب الرياضية العلمية فى حل مشكلات الحرب . ويرجع الفضل فى اكتشاف طريقة السمبلكس Simplex إلى دانتزج [١] . والميزة الأساسية التى تتصف بها طريقة السمبلكس أنه لا يتحتم فيها حساب جميع الحلول الأساسية الممكنة لأن الطريقة تعمل دائماً على الانتقال من حل إلى حل أفضل حتى يتم الوصول إلى الحل الأمثل . فهى تقوم على أساس الحلول التتابعية Iterative . كذلك تتميز طريقة السمبلكس بقدرتها على التعامل مع عدد كبير من المتغيرات . وتعتمد طريقة السمبلكس على المصفوفة الجبرية كأساس رياضى لها .

**الخطوات الأساسية لحل المشاكل بطريقة السمبلكس:**

١ — وضع المشكلة ومحدداتها فى صورة رياضية ( معادلات أو متباينات ) .

٢ — تحويل المتباينات إلى معادلات باستخدام الطاقة غير المستغلة Slack .

٣ — تكوين المصفوفة المبدئية . ( أول حل مبدئى ) .

---

( ١ ) Dantziz, G. B. Linear Programmirg and Extensions, Princeton Uniersity Pres, Princeton, N. I., 1963

٤ – تحديد أهم عمود ( العمود الذى يعطى أقصى ربحية للوحدة ) .

٥ – تحديد أهم صف ( الصف الأكثر تحديداً للانتاج بالنسبة لأهم عمود ) .

٦ – تحديد أهم معامل ( القطب ) ويتم ذلك بقراءة الرقم الذى يقع فى تقابل أهم صف مع أهم عمود .

٧ – تكوين المصفوفة الجديدة ( إيجاد حل أفضل من الحل السابق ) .

- تحديد أهم صف .
- وضع الأرباح للصف الذى أدخل فى الحل .
- تكملة الصفوف الأخرى .

٨ – تحليل المصفوفة الجديدة بواسطة النظر إلى الصف الأخير ، فإذا كان هناك أرقام موجبة فمعنى ذلك أننا لم نصل إلى الحل الأمثل . . فنستمر فى الحل بتكوين مصفوفة جديدة . ثم تحليلها .. وهكذا .. إلى أن نصل إلى الحل الأمثل حيث لا يكون هناك أرقام موجبة .

وسوف يتضح لنا من الأمثلة التالية أن طريقة السمبلكس مبنية على منطق أساسى هو البحث عن الحل المبدئى الممكن الذى يجعل المتغيرات الأصلية فى المشكلة تساوى صفر والذى يجعل المتغيرات الإضافية ( وهى التى يتم إضافتها لتحويل متباينات القيود إلى متساويات ) قيماً موجبة . وعند هذا الحل يكون الإنتاج صفر أى الطاقة العاطلة تساوى كل الطاقة المتاحة . ويكون الربح عند هذا الموقف عند نقطة الصفر . ثم تنتقل طريقة السمبلكس إلى البحث عن حل آخر أفضل عن طريق إدخال أحد المتغيرات صفرية القيمة إلى الحل الأساسى وإخراج أحد المتغيرات الإضافية بدلا منه وهكذا بالتتابع حتى نصل إلى الحل الأمثل الذى يمكن التحقق منه بقاعدة اختبار محددة . وسوف نعرض طريقة السمبلكس من خلال بعض الأمثلة :

**[ مثال ١ ]**

تقوم إحدى الشركات الصناعية بإنتاج سلعتين هما مراوح كهربائية (ح) ومكاوى كهربائية (ك) وقد واجهت الشركة بعض المصاعب فى تخطيط عمليات الإنتاج بها . وبعد دراسة لإمكانيات الإنتاج المتاحة ومتطلبات إنتاج كل من السلعتين ، تبين لإدارة الشركة أن نقاط الاختناق فى عمليات الإنتاج بالشركة هما آلة التشكيل والمخزن . وقد تبين أن آلة التشكيل يمكنها العمل لمدة تسع (٩) ساعات فى اليوم ، بينما المساحة المخزنية المتاحة هى عشرة آلاف (١٠,٠٠٠) متر مربع .

ويتطلب إنتاج اللوط من المراوح الكهربائية ثلاث ساعات (٣) من وقت آلة التشكيل وألفى (٢٠٠٠) متر مربع من المساحة المخزنية . بينما يتطلب إنتاج اللوط من المكاوى الكهربائية ساعة واحدة من وقت آلة التشكيل وألفى (٢٠٠٠) متر مربع من مساحة المخزن .

والمشكلة الأساسية التى تواجه الإدارة هى كيفية استخدام الموارد المحددة المتاحه لها بشكل يحقق أقصى مساهمة فى تغطية النفقات الثابتة والربح للشركة . ومن المعلومات المتاحة للشركة تبين أن كل وحدة من المراوح الكهربائية تسهم بمبلغ ٤ جنيهات فى تغطية النفقات الثابتة والربح Contribution ، بينما تسهم المكواة الكهربائية بمبلغ ٢ جنيه فقط .

هذه المشكلة يمكن صياغتها فى قالب مناسب لاستخدام البرمجة الخطية كالآتى :

المطلوب تعظيم $\pi$ = ٤ ح + ٢ ك + صفر س$_{١}$ + صفر س$_{٢}$

تحت القيود :

٣ ح + ك + س$_{١}$ + صفر س$_{٢}$ = ٩

٢ ح + ٢ ك + صفر س$_{١}$ + س$_{٢}$ = ١٠

ح $\geqslant$ صفر ، ك $\geqslant$ صفر ، س$_{١}$ $\geqslant$ صفر ، س$_{٢}$ $\geqslant$ صفر

من هذا البرنامج يمكن إنشاء مصفوفة Matrix تتكون من معاملات Coefficients المتغيرات فى دالة الهدف ومعادلات القيود كالشكل الآتى :

| | ع | ك | س١ | س٢ | ب |
|---|---|---|---|---|---|
| ص | ـ ٤ | ـ ٢ | ـ صفر | ـ صفر | صفر |
| س١ | ٣ | ١ | ١ | صفر | ٩ |
| س٢ | ٢ | ٢ | صفر | ١ | ١٠ |

والرمز ( ب ) فى هذه المصفوفة يمثل قيم الطاقات المتاحة وهى ٩ ساعات لآلة التشكيل يومياً ، عشرة آلاف متر مربع من المخازن . كذلك فان الرمز ص يرمز إلى معاملات دالة الهدف .

ومن المعلومات الواردة فى هذه المصفوفة يمكن تكوين جدول السمبلكس الأول والذى يعكس الحل الأساسى والممكن المبدئى كالآتى :

جدول رقم ( ١ )

جدول السمبلكس الأول

| ص | الأساس* | ب | ٤ | ٢ | صفر | صفر |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ح | ك | س$_1$ | س$_2$ |
| صفر | س$_1$ | ٩ | ( ٣ ) | ١ | ١ | صفر |
| صفر | س$_2$ | ١٠ | ٢ | ٢ | صفر | ١ |
| | ن | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر |
| | ص – ن | | ٤ | ٢ | صفر | صفر |

ويمثل الصف المرموز له بالرمز ن الإنخفاض الذى يحدث فى دالة الهدف حين استبدال أحد المتغيرات غير صفرية القيمة بمتغير صفرى القيمة . بينما يمثل العمود المرموز له بالرمز ص الإضافة التى تحدث فى دالة الهدف حين إجراء مثل هذا الاستبدال .

ولتوضيح البيانات الواردة فى جدول السمبلكس الأول نورد ما يلى :

١ – الأرقام ٤ ، ٢ ، صفر ، صفر الموجودة فى الصف الأعلى بالجدول هى عبارة عن المعاملات للمتغيرات فى دالة الهدف وهى :

$\pi$ = ٤ ح + ٢ ك + صفر س$_1$ + صفر س$_2$

٢ – الأرقام ٩ ، ٣ ، ١ الموجودة بالصف الثانى هى عبارة عن المعاملات للمتغيرات فى معادلة القيد الأول ( آلة التشكيل ) حيث تكون

* الأساس تعبير يدل على المتغيرات غير صفرية القيمة .

ح ، ك = صفر إذ تصبح المعادلة كالآتى :

$$س_{١} = ٩ - (٣ح + ك)$$

٣ – الأرقام الموجودة بالصف الثالث وهى ١٠ ، ٢ ، ٢ هى معاملات المتغيرات فى معادلة القيد الثانى وهو المخازن حيث تكون ح ، ك = صفر إذ تصبح المعادلة كالآتى :

$$س_{٢} = ١٠ - (٢ح + ٢ك)$$

٤ – أما قيم ز فقد حسبت على أساس ضرب معامل $س_{١}$ ، $س_{٢}$ فى دالة الهدف (وكلاهما = صفر) فى باقى أرقام المصفوفة كالآتى :

$$زب = ٩ \times صفر + ١٠ \times صفر = صفر$$

$$زح = ٣ \times صفر + ٢ \times صفر = صفر$$

$$زك = ١ \times صفر + ٢ \times صفر = صفر$$

$$زس_{١} = ١ \times صفر + صفر \times صفر = صفر$$

$$زس_{٢} = صفر \times صفر + ١ \times صفر = صفر$$

٥ – أما الأرقام الموجودة فى الصف ص – ز فهى حاصل طرح قيمة ز من قيم ص المقابلة لها .

وكما سبق أن أوضحنا فإن هذا الحل الأساسى والممكن الأول لا يحقق أى ربح للشركة ومن ثم فان المطلوب البحث عن حل آخر يكون أكثر ربحية .

وبالنظر إلى جدول السمبلكس الأول نكتشف أن هناك متغيراً إذا أدخلناه فى البرنامج ليحل محل $س_{١}$ أو $س_{٢}$ تصبح الإضافة إلى دالة الهدف أكبر ما يمكن . ذلك المتغير هو ح حيث تضيف الوحدة الواحدة منه

٤ جنيهات إلى الربح . ومن ثم يتقرر إحلال ح محل $س_١$ أو $س_٢$ . وحيث يتطلب الأمر إنتاج ٣ لوطات من ح لكى تصبح $س_١$ تساوى صفر ، بينما يتطلب الأمر إنتاج ٥ لوطات من ح لكى تصبح $س_٢$ تساوى صفر ، إذن من الأفضل احلال ح محل $س_١$ (يمكن الإستدلال على هذه الحقيقة من جدول السمبلكس الأول فى خانة الطاقة المتاحة (ب) أمام $س_١$ نجد الرقم ٩ بينما الرقم المقابل تحت خانة ح هو ٣ وبالتالى $\frac{٩}{٣}$ تساوى ٣ ، بنفس المنطق فان الرقم تحت خانة (ب) أمام $س_٢$ هو ١٠ والرقم تحت خانة ح المقابل هو ٢ $\therefore \frac{١٠}{٢} = ٥$)

إذن الخطوة الثانية فى طريقة السمبلكس هى إدخال المتغير ح فى خانة الأساس بمعنى تحويله من متغير ذى قيمة صفرية إلى متغير موجب القيمة .

ويلاحظ أن الرقم الموجود فى العمود تحت خانة المتغير الذى تقرر إدخاله (ح) وفى الصف الذى يوجد به المتغير الذى تقرر إخراجه ($س_١$) يسمى (القطب) Pivot وفى هذه الحالة فان الرقم القطب هو (٣) الموضوع بين قوسين بجدول السمبلكس الأول .

ويتم إدخال المتغير ح إلى الجدول باستخدام الخطوتين الآتيتين :

١ — بالنسبة للصف الذى يوجد به الرقم القطب يصير قسمة كل الأرقام به على الرقم القطب . وبذلك تصير الأرقام فى الصف $س_١$ ، والذى استبدل الآن بالمتغير ح كالآتى :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| الصف $س_١$ = | ٩ | ٣ | ١ | ١ | صفر |
| بالقسمة على | | | ٣ | | |
| يصبح الصف ح = | ٣ | ١ | $\frac{١}{٣}$ | $\frac{١}{٣}$ | صفر |

ويوضع هذا الصف الجديد فى جدول السمبلكس الثانى ليحل محل الصف س١ فى الجدول الأول .

٢ — بالنسبة لباقى الصفوف فى جدول السمبلكس الأول يطرح من كل رقم بكل من هذه الصفوف حاصل ضرب الرقم الواقع فى نفس عمود القطب لهذا الصف فى الرقم الواقع فى هذا العمود لصف القطب الجديد . وتتضح الخطوة الثانية من الحسابات الآتية :

جدول رقم ( ٢ )

| الأرقام فى الصف الآخر بجدول السمبلكس الأول | ناقصا حاصل ضرب الرقم الواقع فى عمود القطب × الرقم الواقع فى العمود لصف القطب الجديد | الأرقام فى الصف الآخر بجدول السمبلكس الثانى |
|---|---|---|
| ١٠ | ٢ × ٣ | ٤ |
| ٢ | ٢ × ١ | صفر |
| ٢ | ٢ × $\frac{١}{٣}$ | $\frac{٤}{٣}$ |
| صفر | ٢ × $\frac{١}{٣}$ | $-\frac{٢}{٣}$ |
| ١ | ٢ × صفر | ١ |

وبذلك يمكن تركيب جدول السمبلكس الثانى كالآتى :

جدول رقم ( ٣ )

جدول السمبلكس الثانى

| ص | الأساس | ب | ٤ | ٢ | صفر | صفر |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ح | ك | س$_1$ | س$_2$ |
| ٤ | ح | ٣ | ١ | ١/٣ | ١/٣ | صفر |
| صفر | س$_2$ | ٤ | صفر | ( ٤/٣ ) | − ٢/٣ | ١ |
| | ز | ١٢ | ٤ | ٤/٣ | ٤/٣ | صفر |
| | ص − ز | | صفر | ٢/٣ | − ٤/٣ | صفر |

وقد حسبت الأرقام ز فى جدول السمبلكس الثانى كالآتى :

ز ب = ٣ × ٤ + ٤ × صفر = ١٢

ز ح = ١ × ٤ + صفر × صفر = ٤

ز ك = ١/٣ × ٤ + ٤/٣ × صفر = ٤/٣

ز س$_1$ = ١/٣ × ٤ + − ٢/٣ × صفر = ٤/٣

ز س$_2$ = صفر × ٤ + ١ × صفر = صفر

والحل الذى يقترحه جدول السمبلكس الثانى ينص على إنتاج ٣ لوطات من ح الأمر الذى يستخدم القيد الأول بالكامل وهو آلة التشكيل فى حين

يترك طاقة مخزنية عاطلة قدرها ٤ وحدات ( ٤٠٠٠ م$^{٢}$ ) نظراً لعدم إنتاج أى كمية من السلعه ك .

وحيث يوجد بالجدول الثانى متغير ذى قيمة صفرية هو ك ولكن إضافة وحدة واحدة من ك تزيد الربح بمعدل ثلثى جنيه ( ص – س ) .

إذن احلال ك محل المتغير س$_{٢}$ يؤدى إلى تحسين موقف الربح .

وبالتالى يكون الحل الثالث الأفضل هو الحل الذى يتضمن إدخال ك فى البرنامج محل س$_{٢}$ . والسبب فى إحلال ك محل س$_{٢}$ وليس ح أن ٣ وحدات من ك لازمة لجعل س$_{٢}$ تساوى صفر فى حين أنه يلزم ٩ وحدات من ك لجعل ح تساوى صفر كما يتضح من الأرقام التالية المستمدة من جدول السمبلكس رقم ٢ .

ح = ٣

ك = $\frac{١}{٣}$ ∴ $\frac{٣}{\frac{١}{٣}}$ = ٩

بينما س$_{٢}$ = ٤

ك = $\frac{٤}{٣}$ ∴ $\frac{٤}{\frac{٤}{٣}}$ = ٣

∴ فى هذه الحالة من الأفضل إحلال ك محل س$_{٢}$ . وهنا يصبح الرقم $\frac{٤}{٣}$ فى الجدول الثانى هو الرقم القطب الذى يستخدم للوصول إلى الجدول الثالث .

وفيما يلى العمليات الحسابية للوصول إلى الجدول الثالث :

١ – تقسم كل الأرقام بالصف الذى به الرقم القطب على $\frac{٤}{٣}$ كالآتى :

الصف س$_{٢}$ = ٤ صفر $\frac{٤}{٣}$ – $\frac{٢}{٣}$ ١

بالقسمة على $\frac{٤}{٣}$

يصبح الصف ك = ٣ صفر ١ $-\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$

٢ — بالنسبة للصف الثانى فى الجدول الثانى ( صف ح ) تجرى بالنسبة له العمليات الآتية :

جدول رقم ( ٤ )

| الأرقام فى الصف الآخر بجدول السمبلكس الثانى | ناقصاً حاصل ضرب | | | الأرقام فى الصف الآخر بجدول السمبلكس الثالث |
|---|---|---|---|---|
| | الرقم الواقع فى عمود القطب | × | الرقم الواقع فى العمود لصف القطب الجديد | |
| ٣ | $\frac{1}{3}$ | × | ٣ | ٢ |
| ١ | $\frac{1}{3}$ | × | صفر | ١ |
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | × | ١ | صفر |
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | × | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| صفر | $\frac{1}{3}$ | × | $\frac{3}{4}$ | $-\frac{1}{4}$ |

وبذلك يصير جدول السمبلكس الثالث كالآتى :

جدول رقم ( ٥ )

جدول السمبلكس الثالث

| ص | الأساس | ب | ٤ | ٢ | صفر | صفر |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ح | ك | س١ | س٢ |
| ٤ | ح | ٢ | ١ | صفر | ١/٢ | −١/٤ |
| ٢ | ك | ٣ | صفر | ١ | −١/٢ | ٣/٤ |
| | نر | ١٤ | ٤ | ٢ | ١ | ١/٢ |
| | ص − نر | | صفر | صفر | −١ | −١/٢ |

وقد حسبت أرقام نر فى جدول السمبلكس الثالث كالآتى :

نر ب = ٢ × ٤ + ٣ × ٢ = ١٤

نر ح = ١ × ٤ + صفر × ٢ = ٤

نر ك = صفر × ٤ + ١ × ٢ = ٢

نر س١ = ١/٢ × ٤ + −١/٢ × ٢ = ١

نر س٢ = −١/٤ × ٤ + ٣/٤ × ٢ = ١/٢

وبالنظر إلى جدول السمبلكس الثالث يتضح لنا أن الحل المقترح هو

إنتاج ٢ لوط من ح و ٣ لوط من ك (وهى الأرقام تحت خانة ب) ويكون إجمالى الربح فى هذه الحالة = ١٤ .

وهذا هو الحل الأمثل للأسباب الآتية :

**أولا** : أن إجمالى الربح فى الحل الثالث أعلى منه فى الحلين السابقين .

**ثانياً** : أن المتغيرات الإضافية س١ ، س٢ قد خرجت من البرنامج ، وحيث أن معدل الربح الناشىء عن أى منهما يساوى صفر ، إذن ليست هناك فائدة من إدخالهما البرنامج .

**[ مثال ٢ ]**

تقوم الشركة الصناعية للمعدات الكهربائية بانتاج ثلاثة منتجات ، يتم إنتاجها فى ثلاث مراكز إنتاج . فإذا كانت البيانات الخاصة بعمليات الإنتاج ومتطلباته بالنسبة لكل من المنتجات الثلاث كالآتى :

جدول رقم (٦)

| المنتج | الربح المحقق عن الوحدة | ساعات تشغيل الوحدة من كل منتج | | |
|---|---|---|---|---|
| | | فى مركز الانتاج (١) | فى مركز الانتاج (٢) | فى مركز الإنتاج (٣) |
| س١ | ٢ | ٣ | ٢ | ١ |
| س٢ | ٤ | ٤ | ١ | ٣ |
| س٣ | ٣ | ٢ | ٢ | ٢ |
| إجمالى الساعات المتاحة للتشغيل | | ٦٠ | ٤٠ | ٨٠ |

فان القرار المطلوب أن تصل إليه الإدارة هو تحديد الخليط الأمثل للإنتاج خلال الفترة الإنتاجية التالية .

للوصول إلى قرار فى هذه المشكلة يتم صياغتها فى القالب العام للبرمجة الخطية كالآتى :

المطلوب تعظيم $\pi = ٢ س_١ + ٤ س_٢ + ٣ س_٣$ مع مراعاة القيود الآتية :

$$٣ س_١ + ٤ س_٢ + ٢ س_٣ \leq ٦٠$$

$$٢ س_١ + ١ س_٢ + ٢ س_٣ \leq ٤٠$$

$$١ س_١ + ٣ س_٢ + ٢ س_٣ \leq ٨٠$$

علماً بأن $س_١ ، س_٢ ، س_٣ \geq$ صفر

ولبداية الحل يجب أن تتحول هذه المتباينات إلى معادلات عن طريق إضافة متغيرات إضافية Slack Variables تعبر عن الطاقات العاطلة وتصبح المشكلة كالآتى :

$$\pi = ٢ س_١ + ٤ س_٢ + ٣ س_٣ + صفر\ س_٤ + صفر\ س_٥ + صفر\ س_٦$$

مع مراعاة

$$٣ س_١ + ٤ س_٢ + ٢ س_٣ + س_٤ = ٦٠$$

$$٢ س_١ + س_٢ + ٢ س_٣ + س_٥ = ٤٠$$

$$س_١ + ٣ س_٢ + ٢ س_٣ + س_٦ = ٨٠$$

جدول رقم ( ٧ )

جدول السمبلكس الأول

| ص | الأساس | ب | ٢ | ٤ | ٣ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $س_{١}$ | $س_{٢}$ | $س_{٣}$ | $س_{٤}$ | $س_{٥}$ | $س_{٦}$ |
| ٠ → | $س_{٤}$ | ٦٠ | ٣ | ( ٤ ) | ٢ | ١ | ٠ | ٠ |
| ٠ | $س_{٥}$ | ٤٠ | ٢ | ١ | ٢ | ٠ | ١ | ٠ |
| ٠ | $س_{٦}$ | ٨٠ | ١ | ٣ | ٢ | ٠ | ٠ | ١ |
| | ز | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر |
| | ص – ز | | ٢ | ٤ ↑ | ٣ | ٠ | ٠ | ٠ |

من الجدول السابق يمكن تحديد أن إدخال $س_{٢}$ فى الحل يساعد على تحسين الناتج ولتحديد أى المتغيرات يخرج بدلا من $س_{٢}$ يتم قسمة كل قيمة فى العمود ب على المعالل المقابل لها فى العمود الأهم ( عمود $س_{٢}$ ) كالآتى :

$$\frac{٦٠}{٤} = ١٥ \quad ، \quad \frac{٤٠}{١} = ٤٠ \quad ، \quad \frac{٨٠}{٣} = ٢٦$$

∴ حيث يتطلب جعل $س_{٢}$ = صفر ١٥ وحدة من $س_{٤}$ فقط بينما يحتاج نفس الأمر إلى ٤٠ وحدة من $س_{٥}$ و ٢٦ وحدة من $س_{٦}$

∴ تقرر إخراج $س_{٤}$ وبذلك يصبح الجدول الثانى كالآتى :

جدول رقم ( ٨ )

جدول السمبلكس الثانى

| ص | الأساس | ب | ٢ | ٤ | ٣ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س١ | س٢ | س٣ | س٤ | س٥ | س٦ |
| | س٢ | ١٥ | ٣/٤ | ١ | ١/٢ | ١/٤ | ٠ | ٠ |
| ٠ | س٥ | ٢٥ | ٥/٤ | ٠ | ٣/٢ | -١/٤ | ١ | ٠ |
| ٠ | س٦ | ٣٥ | -٥/٤ | ٠ | ١/٢ | -٣/٤ | ٠ | ١ |
| | ز | ٦٠ | ٣ | ٤ | ٢ | ١ | ٠ | ٠ |
| | ص − ز | | -١ | ٠ | ١ | -١ | ٠ | ٠ |

وبتكرار العمليات السابقة ( حيث يتضح أن الجدول الثانى لا يمثل الحل الأمثل لأن بين قيم ( ص − ز ) لازالت هناك قيمة موجبة تحت عمود س٣ ) ومن ثم نصل إلى الجدول الثالث كما يلى :

جدول رقم ( ٩ )

جدول السمبلكس الثالث

| ص | الأساس | ب | ٢ | ٤ | ٣ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س١ | س٢ | س٣ | س٤ | س٥ | س٦ |
| ٤ | س٢ | ٦,٦٦ | ١/٣ | ١ | ٠ | ١/٣ | -١/٣ | ٠ |
| ٣ | س٣ | ١٦,٦٦ | ٥/٦ | ٠ | ١ | -١/٦ | ٢/٣ | ٠ |
| ٠ | س٦ | ٢٦,٦٦ | -١ ٢/٣ | ٠ | ٠ | -٢/٣ | -١/٣ | ١ |
| | ز | ٧٦,٦ | ٣,٨٣ | ٤ | ٣ | ٥/٦ | ٢/٣ | ٠ |
| | ص − ز | | -١,٨٣ | ٠ | ٠ | -١٠/١٢ | -٢/٣ | ٠ |

وهذا الجدول الأخير يشير إلى الحل الأمثلة للمشكلة ويقرأ كالآتى :

تنتج الشركة ٦,٦٦ وحدة من المنتج الثانى ، و ١٦,٦٦ وحدة من المنتج الثالث ولا ينتج أى وحدة من النوع الأول . ورغم أن هذا الحل يجعل هناك طاقة عاطلة قدرها ٢٦,٦٦ من وحدات الطاقة فى مركز الإنتاج الثالث إلا أن هذا الحل يحقق موقف الربح الأقصى للشركة .

وللتأكد من صحة الحل نطبق النتائج فى معادلات القيود كالآتى :

حيث $س_{١}$ = صفر ، $س_{٢}$ = ٦,٦٦ ، $س_{٣}$ = ١٦,٦٦

$س_{٤}$ = صفر ، $س_{٥}$ = صفر ، $س_{٦}$ = ٢٦,٦٦

وبالتعويض فى المعادلات الخاصة بقيود الإنتاج :

٣ ( صفر ) + ٤ ( ٦,٦٦ ) + ٢ ( ١٦,٦٦ ) + صفر = ٦٠

٢ ( صفر ) + ٦,٦٦ + ٢ ( ١٦,٦٦ ) + صفر = ٤٠

صفر + ٣ (٦,٦٦) + ٢ ( ١٦,٦٦ ) + ٢٦,٦٦ = ٨٠

ويكون إجمالى الربح المحقق من هذا الحل هو ٧٦,٦ جنيه وهو أعلى ما يمكن تحقيقه فى ظروف الإنتاج السائدة .

**[ مثال ٣ ]**

تواجه إدارة الشركة العامة للصناعات الكهربائية موقفاً إنتاجياً تتمثل بياناته فى الجدول التالى :

جدول رقم ( ١٠ )

| المنتجات | متطلبات تشغيل الوحدة من المواد الخام بالكيلو | | | الربح عن الوحدة بالجنية |
|---|---|---|---|---|
| | مادة خام(١) | مادة خام(٢) | مادة خام(٣) | |
| $س_١$ | ٣ | ٧ | ٣ | ٤ |
| $س_٢$ | ٣ | ٥ | ٥ | ٥ |
| $س_٣$ | ٣ | ٣ | ١٠ | ٩ |
| $س_٤$ | ٣ | ٢ | ١٥ | ١١ |
| إجمالى المتاح من المواد بالكيلو | ١٥٠٠ | ١٢,٠٠٠ | ١٠,٠٠٠ | |

والمطلوب مساعدة الإدارة فى اتخاذ قرار بشأن المزيج الأمثل من المنتجات الأربع الذى يضمن تحقيق أقصى ربح أخذاً فى الاعتبار :

( ا ) القيود الإنتاجية المفروضة

( ب ) أن السوق يمكنه استيعاب أى كميات من المنتجات المختلفة .

وليس من شك أن هذه المشكلة يمكن الوصول إلى حل أمثل لها باستخدام طريقة السمبلكس وفقاً للخطوات المعروفة لها وهى :

١ — صياغة المشكلة فى الصورة العامة

٢ — تحويل المتباينات إلى معادلات

٣ — استخدام الحل المبدئى الممكن

٤ — البحث عن حل أفضل ثم اختباره

٥ — موالاة البحث عن حلول أفضل حتى نصل إلى الحل الأمثل .

**١ — وضع المشكلة فى الصيغة العامة للبرمجة الخطية :**

مطلوب جعل

$\pi = ٤\,\text{س}_{١} + ٥\,\text{س}_{٢} + ٩\,\text{س}_{٣} + ١١\,\text{س}_{٤}$ أقصى ما يمكن أخذاً فى الاعتبار أن

$$٣\,\text{س}_{١} + ٣\,\text{س}_{٢} + ٣\,\text{س}_{٣} + ٣\,\text{س}_{٤} \leqslant ١٥٠٠$$

$$٧\,\text{س}_{١} + ٥\,\text{س}_{٢} + ٣\,\text{س}_{٣} + ٢\,\text{س}_{٤} \leqslant ١٢{,}٠٠٠$$

$$٣\,\text{س}_{١} + ٥\,\text{س}_{٢} + ١٠\,\text{س}_{٣} + ١٥\,\text{س}_{٤} \leqslant ١٠{,}٠٠٠$$

**٢ — تحويل المتباينات إلى معادلات باضافة متغيرات إضافية :**

مطلوب جعل

$\pi = ٤\,\text{س}_{١} + ٥\,\text{س}_{٢} + ٩\,\text{س}_{٣} + ١١\,\text{س}_{٤} + \text{صفر}\,\text{س}_{٥} + \text{صفر}\,\text{س}_{٦} + \text{صفر}\,\text{س}_{٧}$ أقصى ما يمكن

علماً بأن $٣\,\text{س}_{١} + ٣\,\text{س}_{٢} + ٣\,\text{س}_{٣} + ٣\,\text{س}_{٤} + \text{س}_{٥} + \text{صفر}\,\text{س}_{٦} + \text{صفر}\,\text{س}_{٧} = ١٥٠٠$

$$٧\,\text{س}_{١} + ٥\,\text{س}_{٢} + ٣\,\text{س}_{٣} + ٢\,\text{س}_{٤} + \text{صفر}\,\text{س}_{٥} + \text{س}_{٦} + \text{صفر}\,\text{س}_{٧} = ١٢{,}٠٠٠$$

$$٣\,\text{س}_{١} + ٥\,\text{س}_{٢} + ١٠\,\text{س}_{٣} + ١٥\,\text{س}_{٤} + \text{صفر}\,\text{س}_{٥} + \text{صفر}\,\text{س}_{٦} + \text{س}_{٧} = ١٠{,}٠٠٠$$

جدول رقم ( ١١ )

جدول السمبلكس الأول

| ص | الأساس | ب | س١ | س٢ | س٣ | س٤ | س٥ | س٦ | س٧ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ٤ | ٥ | ٩ | ١١ | صفر | صفر | صفر |
| ← صفر | س٥ | ١٥٠٠ | ٣ | ٣ | (٣) | ٣ | ١ | ٠ | ٠ |
| صفر | س٦ | ١٢,٠٠٠ | ٧ | ٥ | ٣ | ٢ | ٠ | ١ | ٠ |
| صفر | س٧ | ١٠,٠٠٠ | ٣ | ٥ | ١٠ | ١٥ | ٠ | ٠ | ١ |
| | ز | صفر | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | ص — ز | | ٤ | ٥ | ٩ | ١١ ↑ | ٠ | ٠ | ٠ |

∴ الحل الأول ممكن ولكنه غير مربح حيث إجمالى الربح فى هذه الحالة صفر .

وحيث يوجد متغير صفرى القيمة خارج الحل ومعامل الربح له موجب (ص — ز ) وأعلى من غيره ( س٤ ) ∴ من المفضل أن يدخل س٤ فى الحل الأساسى ولتحديد أى المتغيرات يخرج بدلا منه نقسم كل قيمة فى عمود (ب) على القيمة المقابلة لها فى عمود المتغير الداخل ( س٤ ) كالتالى:

$$\frac{١٥٠٠}{٣} = ٥٠٠ \ ، \ \frac{١٢,٠٠٠}{٢} = ٦,٠٠٠ \ ، \ \frac{١٠,٠٠٠}{١٥} = ٦٦٦$$

∴ س٤ تدخل الحل الأساسى محل س٥

ومن ثم يمكن تكوين جدول السمبلكس الثانى كالآتى :

جدول رقم ( ١٢ )

جدول السمبلكس الثانى

| ص | الأساس | ب | ٤ | ٥ | ٩ | ١١ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س١ | س٢ | س٣ | س٤ | س٥ | س٦ | س٧ |
| ١١ | س٤ | ٥٠٠ | ١ | ١ | ١ | ١ | $\frac{١}{٣}$ | ٠ | ٠ |
| ٠ | س٦ | ١١,٠٠٠ | ٥ | ٣ | ١ | ٠ | $-\frac{٢}{٣}$ | ١ | ٠ |
| ٠ | س٧ | ٢٥٠٠ | −١٢ | −١٠ | −٥ | ٠ | −٥ | ٠ | ١ |
| | ز | ٥٥٠٠ | ١١ | ١١ | ١١ | ١١ | ٣,٧ | ٠ | ٠ |
| | ص − ز | | −٧ | −٦ | −٢ | ٠ | −٣,٧ | ٠ | ٠ |

وحيث نجد كل قيم ( ص − ز ) إما سالبة أو تساوى صفر

∴ هذا هو الحل الأمثل للمشكلة وهو يقضى بتركيز الإنتاج فى المنتج رقم ٤ ( س٤ ) على أساس إنتاج ٥٠٠ وحدة منه تحقق ربحاً قدره ٥٥٠٠ جنيه ويترتب على هذا الحل وجود فائض غير مستخدم من المواد (٢) ، (٣) .

ولاختبار صحة الحل نعوض عن قيم المتغيرات فى معادلات القيود علماً بأن قيم المتغيرات هى :

س١ = صفر ، س٢ = صفر ، س٣ = صفر ، س٤ = ٥٠٠ ، س٥ = صفر س٦ = ١١,٠٠٠ ، س٧ = ٢٥٠٠

٣ ( صفر ) + ٣ ( صفر ) + ٣ ( صفر ) + ( ٥٠٠ ) + صفر ( صفر ) + صفر ( صفر ) = ١٥٠٠

٧ ( صفز ) + ٥ ( صفر ) + ٣ ( صفر ) + ٢ ( ٥٠٠ ) + صفر ( صفر ) + ١١,٠٠٠ + صفر ( صفر ) = ١٢,٠٠٠

٣ ( صفر ) + ٥ ( صفر ) + ١٠ ( صفر ) + ١٥ ( ٥٠٠ ) + صفر ( صفر ) + صفر ( ١١,٠٠٠ ) + ٢٥٠٠ = ١٠,٠٠٠

ومن هذا الموقف نستنتج ظاهرة هامة هى أن الحل الأمثل الذى يحقق أقصى ربح ( أو أقصى عائد ) ليس بالضرورة هو الحل الذى يضمن التشغيل الكامل للموارد المتاحة .

**[ مثال ٤ ]**

المطلوب إيجاد قيم $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ، $س_{٣}$ ، $س_{٤}$ ، التى تجعل دالة الهدف الآتية أقصى ما يمكن :

١٠, $س_{١}$ + ١٥, $س_{٢}$ + ١٣, $س_{٣}$ + ٧, $س_{٤}$

أخذاً فى الاعتبار القيود التالية :

٥٠ $س_{١}$ + ١٠٠ $س_{٢}$ + ١١٠ $س_{٣}$ + ٦٠ $س_{٤}$ ≤ ٢٠٠
١٢٠ $س_{١}$ + ٣٠ $س_{٢}$ + ٦٠ $س_{٣}$ + ١٣٠ $س_{٤}$ ≤ ٤٠٠
٢ $س_{١}$ + ٣ $س_{٢}$ + ١ $س_{٣}$ + ٢ $س_{٤}$ ≤ ٣
٣ $س_{١}$ + ١ $س_{٢}$ + ٢ $س_{٣}$ + ٢ $س_{٤}$ ≤ ٤

وباستخدام خطوات طريقة السمبلكلس السابق شرحها نصل إلى الحل التالى :

جدول رقم ( ١٣ )

جدول السمبلكس الأول

| ص | الأساس | ب | ١٠, | ١٥, | ١٣, | ٧, | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $س_{١}$ | $س_{٢}$ | $س_{٣}$ | $س_{٤}$ | $س_{٥}$ | $س_{٦}$ | $س_{٧}$ | $س_{٨}$ |
| ٠ | $س_{٥}$ | ٢٠٠ | ٥٠ | ١٠٠ | ١١٠ | ٦٠ | ١ | ٠ | ٠ | ٠ |
| ٠ | $س_{٦}$ | ٤٠٠ | ١٢٠ | ٣٠ | ٦٠ | ١٣٠ | ٠ | ١ | ٠ | ٠ |
| ← ٠ | $س_{٧}$ | ٣ | ٢ | (٣) | ١ | ٢ | ٠ | ٠ | ١ | ٠ |
| ٠ | $س_{٨}$ | ٤ | ٣ | ١ | ٢ | ٢ | ٠ | ٠ | ٠ | ١ |
| | ى | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | ص - ى | | ١٠, | ١٥, | ١٣, | ٧, | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |

↑

جدول رقم ( ١٤ )

جدول السمبلكس الثانى

| ص | الأساس | ب | ١٠ | ١٥ | ١٣ | ٧ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س١ | س٢ | س٣ | س٤ | س٥ | س٦ | س٧ | س٨ |
| ٠ | س٥ | ١٠٠ | –١٦,٦ | ٠ | (٧٦,٧) | –٦,٦ | ١ | ٠ | –٣٣,٣ | ٠ |
| ٠ | س٦ | ٣٧٠ | ١٠٠ | ٠ | ٥٠ | ١١٠ | ٠ | ١ | –١٠ | ٠ |
| ١٥ | س٢ | ١ | ٢/٣ | ١ | ١/٣ | ٢/٣ | ٠ | ٠ | ١/٣ | ٠ |
| ٠ | س٨ | ٣ | ٧/٣ | ٠ | ٥/٣ | ٤/٣ | ٠ | ٠ | –١/٣ | ١ |
| | ز | ١٥ | ١٠ | ١٥ | ٥ | ١٠ | ٠ | ٠ | ٥ | ٠ |
| | ص –ز | | ٠ | ٠ | ٨ | –٣ | ٠ | ٠ | –٥ | ٠ |

جدول رقم ( ١٥ )

جدول السمبلكس الثالث

| ص | الأساس | ب | ١٠ | ١٥ | ١٣ | ٧ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س١ | س٢ | س٣ | س٤ | س٥ | س٦ | س٧ | س٨ |
| ١٣ | س٣ | ١,٣ | –,٢١ | ٠ | ١ | –,٠٨٦ | ,٠١٣ | ٠ | –,٤٣ | ٠ |
| ٠ | س٦ | ٣٠٥ | ١١٠,٥ | ٠ | ٠ | ١١٤,٣ | –,٦٥ | ١ | –٣١,٥ | ٠ |
| ١٥ | س٢ | ,٥٦٧ | ,٨٣٦ | ١ | ٠ | ,٦٩٤ | –,٠٠٤ | ٠ | ,٤٧٦ | ٠ |
| ٠ | س٨ | ,٨ | ٢,٦٨ | ٠ | ٠ | ٣,٤٧٦ | –,٠٢٢ | ٠ | ,٣٨٣ | ١ |
| | ز | ٢٥,٤ | ٩,٨ | ١٥ | ١٣ | ٩,٣ | ,١ | ٠ | ١,٦ | ٠ |
| | ص – ز | | ,٢ | ٠ | ٠ | ٢,٣٠٠ | –,١ | ٠ | –١,٦ | ٠ |

جدول رقم ( ١٦ )

جدول السمبلكس الرابع

| ص | الأساس | ب | ١٠ | ١٥ | ١٣ | ٧ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س١ | س٢ | س٣ | س٤ | س٥ | س٦ | س٧ | س٨ |
| ١٣ | س٣ | ١,٣٦ | ٠ | ٠ | ١ | ١,٦٦ | ,٠١٢ | ٠ | –,٤ | ,٠٨ |
| ٠ | س٦ | ٢٧٣ | ٠ | ٠ | ٠ | –١٨,٣ | ,٢٣ | ١ | –٤٧ | –٤٠,٨ |
| ١٥ | س٢ | ,٣٢٥ | ٠ | ١ | ٠ | –,٣ | ,٠٠٢ | ٠ | ,٣٥٩ | –,٣ |
| ١٠ | س١ | ,٢٩ | ١ | ٠ | ٠ | ١,٢ | –,٠٠٨ | ٠ | ,١٤ | ,٣٧ |
| | ز | ٢٥,٤٥٥ | ١٠ | ١٥ | ١٣ | ١٧ | ,١ | ٠ | ١,٦ | ,٢ |
| | ص – ز | | ٠ | ٠ | ٠ | –١٠ | –,١ | ٠ | –١,٦ | –,٢ |

وحيث أن قيم ( ص – ز ) فى الجدول الرابع كلها سالبة أو تساوى صفر

∴ هذا هو الحل الأمثل للمشكلة .

**حالات تخفيض النفقات :**

نلاحظ أن الهدف فى الأمثلة السابقة كان الوصول إلى الحل الأمثل الذى يضمن تحقيق القيمة القصوى لدالة الهدف. ولكن تواجه الإدارة عادة بمواقف يكون الهدف فيها هو تحقيق أدنى تكلفة ممكنة minimum وتستخدم طريقة السمبلكس لحل هده المشكلات بنفس المنطق الأساسى لها ولكن مع تغييرات ضرورية تتناسب مع طبيعة مشكلة تخفيض النفقات . وسنعرض من خلال المثال التالى لهذا الموقف :

**[ مثال ٥ ]**

تقوم إحدى شركات الكيماويات بصناعة منتج معين يتكون من مخلوط من عنصرين $س_{1}$ ، $س_{2}$. فإذا كانت البيانات المتاحه عن هذا الموقف كالآتى فالمطلوب مساعدة الإدارة فى اتخاذ قرار بشأن كمية كل عنصر الواجب استخدامها لإنتاج كمية محددة من الخليط بحيث تكون تكالفة الإنتاج أقل ما يمكن .

الكمية المطلوب إنتاجها من الخليط = ٢٠٠ رطل

تكلفة شراء الطن من $س_{1}$ = ٣ جنيهات

« « « « « $س_{2}$ = ٨ جنيهات

الكمية المستخدمة من $س_{1}$ لا تزيد عن ٨٠ طن

« « « « $س_{2}$ لا تقل عن ٦٠ طن

ولحل هذه المشكلة يجب أن نضعها فى الصيغة العامة للبرمجة الخطية كالآتى ( نرمز للتكاليف بالرمز ص )

دالة الهدف

$$ص = ٣ س_{1} + ٨ س_{2}$$

القيود

$$س_{1} + س_{2} = ٢٠٠$$
$$س_{1} < ٨٠$$
$$س_{2} \geqslant ٦٠$$

ولتحويل هذه المتباينات إلى معادلات ندخل متغيرات إضافية ( مع ملاحظة أن القيد الأول موجود فى شكل معادلة فعلا )

$$س_{1} + س_{2} + س_{3} = ٢٠٠$$
$$س_{1} + س_{4} = ٨٠$$
$$س_{2} - س_{5} = ٦٠$$

وفى هذه الحالة فإن :

– $س_{٣}$ يمكن اعتبارها عنصر غالى الثمن جداً بحيث لن يظهر فى الحل الأمثل للمشكلة ولكن قيمته فى أنه أداة للحساب تساعد فى معالجة نوع القيود المتساوى .

– $س_{٤}$ يمثل الفرق بين ٨٠ طن التى لا يجب أن يزيد المستخدم فعلا من $س_{١}$ عنها وبين الوزن الحقيقى من $س_{١}$ فى الحل الأمثل ( أى الفائض من $س_{١}$ )

– $س_{٥}$ تمثل العجز من $س_{٢}$ ( أى إذا زادت الكمية المستخدمة من $س_{٢}$ عن ٦٠ ، مثلا إذا كانت $س_{٢}$ فى الحل النهائى= ٢٠٠

∴ $س_{٥}$ = ١٤٠ حتى يتساوى طرفاً المعادلة . وحيث يحتمل أن تظهر $س_{٥}$ فى الحل الأول بقيمة سالبة وذلك فى حالة ما إذا كانت $س_{٢}$= صفر

(حيث $س_{٢}$ – $س_{٥}$ = ٦٠

∴ صفر – $س_{٥}$ = ٦٠

∴ $س_{٥}$ = – ٦٠

فيجب أن نضيف متغير جديد $س_{٦}$ ليأخذ مكان $س_{٢}$ فى الحل الأول . ويمكن النظر أيضاً إلى $س_{٦}$ باعتبارها مادة غالية جداً حتى نضمن عدم ظهورها فى الحل النهائى .

وبالتالى تصبح المعادلات كالآتى ( أخذاً فى الاعتبار أن $س_{٤}$ ، $س_{٥}$ تظهر بتكاليف = صفر ، بينما $س_{٣}$ ، $س_{٦}$ تظهر بتكلفة عالية جداً نرمز لها بالرمز م )

ص = ٣ $س_{١}$ + ٨ $س_{٢}$ + م $س_{٣}$ + صفر $س_{٤}$ + صفر $س_{٥}$ + م $س_{٦}$
أخذاً فى الاعتبار

$س_{١}$ + $س_{٢}$ + $س_{٣}$ + صفر $س_{٤}$ + صفر $س_{٥}$ + صفر $س_{٦}$ = ٢٠٠

$س_{١}$ + صفر $س_{٢}$ + صفر $س_{٣}$ + $س_{٤}$ + صفر $س_{٥}$ + صفر $س_{٦}$ = ٨٠

صفر $س_{١}$ + $س_{٢}$ + صفر $س_{٣}$ + صفر $س_{٤}$ – $س_{٥}$ + $س_{٦}$ = ٦٠

جدول رقم ( ١٧ )

جدول السمبلكس الأول

| ص | الأساس | ب | ٣ | ٨ | م | صفر | صفر | م |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $س_1$ | $س_2$ | $س_3$ | $\bar{س}_4$ | $س_5$ | $س_6$ |
| م | $س_3$ | ٢٠٠ | ١ | ١ | ١ | صفر | صفر | صفر |
| صفر | $\bar{س}_4$ | ٨٠ | ١ | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر |
| م ← | $س_6$ | ٦٠ | صفر | ( ١ ) | صفر | صفر | − ١ | ١ |
| | ز | ٢٦٠م | م | ٢ م | م | صفر | − م | م |
| | ص − ز | | ٣ − م | ٨ − ٢ م | صفر | صفر | م | صفر |

العمود الأمثل ↑

نلاحظ أن التكاليف فى الحل الأول = ٢٦٠ م جنيه وهى تكاليف عالية جداً وحيث أن الهدف هو تخفيض التكاليف فالعمود الأمثل هو العمود الذى يحتوى على أكبر قيمة سالبة فى الصنف ص − ز ( العمود الذى ستخفض بقيمته التكاليف بقدر أكبر ) وهو عمود $س_2$

الصف المستغنى عنه

الصف $س_3$ $\frac{٢٠٠}{١}$ = ٢٠٠

الصف $س_4$ $\frac{٨٠}{صفر}$ = هذه القيمة سنسقطها من حسابنا

الصف $س_6$ $\frac{٦٠}{١}$ = ٦٠

**طريقة إيجاد الجدول الثانى :**

الصف الذى سيحل محل الصف المستغنى عنه ( $\text{س}_{٢}$ )

$$\frac{٦٠}{١} = ٦٠$$

$$\frac{\text{صفر}}{١} = \text{صفر}$$

$$\frac{١}{١} = ١$$

$$\frac{\text{صفر}}{١} = \text{صفر}$$

$$\frac{\text{صفر}}{١} = \text{صفر}$$

$$\frac{-١}{١} = -١$$

$$\frac{١}{١} = ١$$

الصف $\text{س}_{٣}$

٢٠٠ – ١ ( ٦٠ ) = ١٤٠

١ – ١ ( صفر ) = ١

١ – ١ ( ١ ) = صفر

١ – ١ ( صفر ) = ١

صفر – ١ ( صفر ) = صفر

صفر – ١ ( – ١ ) = ١

صفر – ١ ( ١ ) = – ١

الصف س٤

٨٠ − صفر ( ٦٠ )    = ٨٠

١ − صفر ( صفر )    = ١

صفر − صفر ( ١ )    = صفر

صفر − صفر ( صفر )    = صفر

١ − صفر ( صفر )    = ١

صفر − صفر ( − ١ )    = صفر

صفر − صفر ( ١ )    = صفر

جدول رقم ( ١٨ )

الجدول الثانى

| ص | الأساس | ب | ٣ | ٨ | م | صفر | صفر | م |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س١ | س٢ | س٣ | س٤ | س٥ | س٦ |
| م | س٣ | ١٤٠ | ١ | صفر | ١ | صفر | ١ | − ١ |
| صفر ← | س٤ | ٨٠ | ١ | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر |
| ٨ | س٢ | ٦٠ | صفر | ١ | صفر | صفر | − ١ | ١ |
| | ز | ١٤٠م | م | ٨ | م | صفر | م − ٨ | ٨ − م |
| | ص − ز | +٤٨٠ | ٣ − م | صفر | صفر | صفر | ٨ − م | ٢م − ٨ |

↑ العمود الأمثل (تحت عمود س١)

وبنفس الطريقة التى اتبعناها يمكن عمل الجدول الثالث

جدول رقم ( ١٩ )
الجدول الثالث

| ص | الأساس | ب | ٣ | ٨ | م | صفر | صفر | م |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س$_{1}$ | س$_{2}$ | س$_{3}$ | س$_{4}$ | س$_{5}$ | س$_{6}$ |
| م → | س$_{3}$ | ٦٠ | صفر | صفر | ١ | – ١ | ١ | – ١ |
| ٣ | س$_{1}$ | ٨٠ | ١ | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر |
| ٨ | س$_{2}$ | ٦٠ | | ١ | صفر | صفر | – ١ | ١ |
| | ص – ز | ٦٠م<br>+٧٢٠ | ٣<br>صفر | ٨<br>صفر | م<br>صفر | ٣ – م<br>م – ٣ | م – ٨<br>٨ – م | ٨ – م<br>٢م – ٨ |

↑ العمود الأمثل (تحت عمود س$_{5}$)

وبنفس الطريقة يمكن عمل الجدول الرابع

جدول رقم ( ٢٠ )
الجدول الرابع

| صفر | الأساس | ب | ٣ | ٨ | م | صفر | صفر | م |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س$_{1}$ | س$_{2}$ | س$_{3}$ | س$_{4}$ | س$_{5}$ | س$_{6}$ |
| صفر | س$_{5}$ | ٦٠ | صفر | صفر | ١ | – ١ | ١ | – ١ |
| ٣ | س$_{1}$ | ٨٠ | ١ | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر |
| ٨ | س$_{2}$ | ١٢٠ | صفر | ١ | ١ | – ١ | صفر | صفر |
| | ص – ز | ١٢٠٠ | ٣<br>صفر | ٨<br>صفر | ٨<br>م – ٨ | – ٥<br>٥ | صفر<br>صفر | صفر<br>م |

وحيث أن الجدول الرابع لا يحتوى على كميه سالبة فى الصف ( ص – ز ) فإننا نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل وهو يقضى باستخدام

٨٠ طن من $س_١$ ، ١٢٠ طن من $س_٢$ ويكون إجمالى التكاليف هو ١٢٠٠ جنيه ( ٨٠ × ٣ + ١٢٠ × ٨ = ١٢٠٠ ) وهو الحد الأدنى الذى يحقق قيود المشكلة ( ٨٠ + ١٢٠ = ٢٠٠ طن )

ويلاحظ أن $س_٥$ ظهرت فى الحل بقيمة ٦٠ وهى عبارة عن القدر الزائد فى $س_٢$ عن الحد الأدنى المقرر لها وهو ٦٠ ونتأكد من ذلك بالرجوع إلى القيد الخاص بالمتغير $س_٢$

∴ $س_٢$ – $س_٥$ + $س_٦$ = ٦٠ ومن بيانات الحل النهائى نعلم أن $س_٢$ = ١٢٠ ، $س_٥$ = ٦٠ ، $س_٦$ = صفر

∴ ١٢٠ – ٦٠ + صفر = ٦٠ وهذا صحيح .

**ظاهرة الثنائية فى مشكلات البرمجة الخطية** Duality :

من الأمور المعروفة عن مشكلات البرمجة الخطية ، أن أى مشكلة تعظيم Maximization لها معكوس هو مشكلة تدنية Minimization . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

إذا كان المطلوب جعل دالة الهدف التالية أقصى ما يمكن

$\pi$ = ٢ س + ٥ ص

أخذاً فى الاعتبار

س ≤ ٤ ، ص ≤ ٣ ، س + ٢ ص ≤ ٨

وحلها بأسلوب السمبلكس كالآتى :

$\pi$ = ٢ س + ٥ ص + صفر $ع_١$ + صفر $ع_٢$ + صفر $ع_٣$

س + $ع_١$ = ٤

ص + $ع_٢$ = ٣

س + ٢ ص + $ع_٣$ = ٨

جدول رقم (٢١)

جدول السمبلكس الأول

| ص | الأساس | ب | ٢ | ٥ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س | ص | ع١ | ع٢ | ع٣ |
| ٠ | ع١ | ٤ | ١ | ٠ | ١ | ٠ | ٠ |
| → ٠ | ع٢ | ٣ | ٠ | (١) | ٠ | ١ | ٠ |
| ٠ | ع٣ | ٨ | ١ | ٢ | ٠ | ٠ | ١ |
| | ز | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | ص−ز | | ٢ | ٥ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | | | | ↑ | | | |

جدول رقم (٢٢)

جدول السمبلكس الثانى

| ص | الأساس | ب | ٢ | ٥ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س | ص | ع١ | ع٢ | ع٣ |
| ٠ | ع١ | ٤ | ١ | ٠ | ١ | ٠ | ٠ |
| ٥ | ص | ٣ | ٠ | ١ | ٠ | ١ | ٠ |
| → ٠ | ع٣ | ٢ | (١) | ٠ | ٠ | −٢ | ١ |
| | ز | ١٥ | ٠ | ٥ | ٠ | ٥ | ٠ |
| | ص−ز | | ٢ | ٠ | ٠ | −٥ | ٠ |
| | | | ↑ | | | | |

جدول رقم (٢٣)

جدول السمبلكس الثالث

| ص | الأساس | ب | ٢ | ٥ | ٠ | ٠ | ٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س | ص | ع١ | ع٢ | ع٣ |
| ٠ | ع١ | ٢ | ٠ | ٠ | ١ | −٢ | ١ |
| ٥ | ص | ٣ | ٠ | ١ | ٠ | ١ | ٠ |
| ٢ | س | ٢ | ١ | ٠ | ٠ | −٢ | ١ |
| | ز | ١٩ | ٢ | ٥ | ٠ | ١ | ٢ |
| | ص−ز | | ٠ | ٠ | ٠ | −١ | −٢ |

∴ هذا هو الحل الأمثل لمشكلة التعظيم .

فإذا بحثنا عن معكوس هذه المشكلة يمكن التوصل إليها كالآتى :

جدول رقم ( ٢٤ - ١ )

المشكلة الأصلية

| س | ص | المتاح |
|---|---|---|
| ١ | ٠ | ٤ |
| ٠ | ١ | ٣ |
| ١ | ٢ | ٨ |
| ٢ | ٥ | أعلى ما يمكن |

جدول رقم ( ٢٤ – ٢ )

المشكلة الجديدة

| | س | ص | حد أدنى |
|---|---|---|---|
| ع١ | ١ | ٠ | ٤ |
| ع٢ | ٠ | ١ | ٣ |
| ع٣ | ١ | ٢ | ٨ |
| | ٢ | ٥ | |

∴ المشكلة الجديدة هى

جعل $٤ ع_1 + ٣ ع_2 + ٨ ع_3$ أقل ما يمكن تحت القيود

$$ع_1 + ع_3 \geq ٢$$

$$ع_2 + ٢ ع_3 \geq ٥$$

أى أننا نلاحظ الآتى :

١ – المتغيرات الإضافية فى مشكلة التعظيم ( $ع_1$ ، $ع_2$ ، $ع_3$ ) أصبحت هى المتغيرات الأصلية فى مشكلة التدنية .

٢ – المتغيرات الأصلية فى مشكلة التعظيم ( س ، ص ) تصبح هى المتغيرات الإضافية فى مشكلة التدنية .

٣ – عدد الحدود فى دالة **الهدف** فى حالة التعظيم ( ٢ حد ) يصبح عدد القيود فى حالة التدنية ( ٢ قيد ) .

٤ – عدد القيود فى حالة التعظيم ( ٣ قيـــد ) يصبح هو عدد الحدود فى دالة **الهدف** فى حالة التدنية ( ٣ حد ) .

وإذا استخدمنا طريقة الثنائية لحل المشكلة الجديدة تصبح كالآتى :
من حل مشكلة التعظيم وجدنا الآتى :

ن = ١٩

$ع_1 = ٢$ ( ص – ن ) $ع_1 = ٠$

ص = ٣ ( ص – ن ) ص = ٠

س = ٢ ( ص – ن ) س = ٠

$ع_2 = ٠$ ( ص – ن ) $ع_2 = -١$

$ع_3 = ٠$ ( ص – ن ) $ع_3 = -٢$

وللوصول إلى حل مشكلة التدنية من البيانات السابقة كالآتى :

ز = ١٩

ع$_{٢}$ = ١    ( ص − ز ) ع$_{٢}$ = ٠

ع$_{٣}$ = ٢    ( ص − ز ) ع$_{٣}$ = ٠

ع$_{١}$ = ٠    ( ص − ز ) ع$_{١}$ = −٢

ص = ٠    ( ص − ز ) ص = −٣

س = ٠    ( ص − ز ) س = −٢

من هذا يتضح لنا أن مشكلتى التعظيم والتدنية متساويتان — وعلى ذلك فحين معالجة مشكلات البرمجة الخطية يمكن حلها إما بالشكل الوارد لها أو من خلال معكوسها والنتيجة واحدة فى الحالتين .

## تطبيقات

المطلوب حل المشكلات الآتية بطريقة السمبلكس :

١ — أوجد القيمة الدنيا للمعادلة $ر = ٣ س_١ + ٥ س_٢$

تحت القيود : $١٣ س_١ + ٧ س_٢ \geq ١٨٢$

$٩ س_١ + ١٠ س_٢ \geq ١٤٧$

٢ — أوجد القيمة الدنيا للمعادلة $ر = ٢٥ س_١ + ٢٨ س_٢$

تحت القيود : $س_١ + ٣ س_٢ \geq ٧٦$

$٦ س_١ + ٧ س_٢ \geq ١٩٨$

٣ — أوجد القيمة الدنيا للمعادلة $ر = ١٨ س_١ + ٢٢ س_٢ +$
$١٤ س_٣$

تحت القيود : $٨ س_١ + ٧ س_٢ + ١١ س_٣ \geq ١٣٠$

$٢ س_١ + س_٢ + س_٣ \geq ٥٠$

$١٥ س_١ + ١٠ س_٢ + ١٨ س_٣ \geq ١٩٥$

٤ — تقوم إحدى الشركات الصناعية بإنتاج نوعين من السلع الكهربائية البسيطة حيث يباعا بنفس السعر . وفيما يلى البيانات المتعلقة بإنتاج النوعين حيث يمرا على مركزين للإنتاج بالشركة :

| النوع | وقت التشغيل للوحدة | | إجمالى الوقت المتاح | |
|---|---|---|---|---|
| | مركز الإنتاج (١) | مركز الإنتاج (٢) | فى مركز الإنتاج (١) | فى مركز الإنتاج (٢) |
| ا | ٣,٥ ساعة | ٢,٥ ساعة | ١٢٠ ساعة أسبوعياً | ١٣٠ ساعة أسبوعياً |
| ب | ٣ « | ٤ « | | |

فإذا علمت أن أجر العمل فى مركز الإنتاج الأول يبلغ ٢٥ قرشاً للساعة بينما يبلغ أجر العمل للساعة فى المركز الثانى ٢٠ قرشاً ، كذلك فإن تكلفة

المادة الخام لوحدة المنتج ا تبلغ ٣٦٥ قرشاً وللوحدة من النوع الثانى ٣٥٠ قرشاً ، فالمطلوب حساب المزيج الأمثل من ا ، ب والذى يجعل إجمالى نفقات الإنتاج أدنى ما يمكن .

« نتيجة لاعتبارات تسويقية فإن الإنتاج الأسبوعى من النوع ا لا يجب أن يقل عن عشر وحدات » .

٥ — تنتج الشركةالوطنية للبترول ثلاثة أنواع من بنزين السيارات هى العادى ، والسوبر ، البريمم . وفى إنتاج هذه الأنواع فإن هناك مواصفات معينة لا بد من الالتزام بها وهى :

| المواصفات | العادى | السوبر | البريمم |
|---|---|---|---|
| مقياس ضغط البخار | ⩾ ٣٠ | ⩾ ٢٩ | ⩾ ٢٩,٥ |
| رقم الأوكتين | ⩽ ٨٠ | ⩽ ٨٥ | ⩽ ٩٠ |
| مقياس اللزوجة | ⩾ ٥ | ⩾ ٤,٥ | ⩾ ٤,٤ |
| سعر البيع ( لتر) | ٥٣ مليم | ٦٨ مليم | ٧٣ مليم |

وتستخرج الأنواع الثلاثة نتيجة مزج خمسة عناصر بترولية يصور الجدول التالى أسعارها والكميات القصوى المتاحة منها أسبوعياً .

| العنصر | سعر البرميل | الكمية المتاحة أسبوعياً |
|---|---|---|
| ا | ١,١١٨ ج.م | ٣٢,٠٠٠ برميل |
| ب | ١,٠٥٣ ج.م | ٢٨,٠٠٠ » |
| حـ | ١,٠٨٧ ج.م | ٣٥,٠٠٠ » |
| ء | ١,٢٠٤ ج.م | ٤٠,٠٠٠ » |
| هـ | ١,١٣٩ ج.م | ٣٧,٥٠٠ » |

وفيما يلى جدول ببيان توفر الخصائص الأساسية فى هذه العناصر الخمسة :

| الخاصة | ا | ب | ح | ى | ه |
|---|---|---|---|---|---|
| مقياس ضغط البخار | ٢٥ | ٢٣ | ٢٧,٥ | ٢٥,٥ | ٣٢ |
| مقياس اللزوجة | ٤,١ | ٥ | ٣,٥ | ٤,٥ | ٤ |
| رقم الأوكتين | ٧٥ | ٨٤,٥ | ٩٠,٥ | ٩٥,٥ | ٨٧,٥ |

والمطلوب إيجاد المزيج الأمثل من الأنواع الثلاثة الذى يحقق أقصى ربح أسبوعياً . ( افترض أن البرميل يساوى ١٢٠ لتر ) .

## الفصل السادس

# طريقة النقل

The Transportation Method

تناولنا فى الأجزاء السابقة عدداً من أساليب البرمجة الخطية وعرضنا أمثلة لاستخدامها فى حل المشكلات الإدارية . وتتسم بعض المشكلات الإدارية بتميز خاص جعل من المطلوب تطوير أساليب خاصة لعلاجها . ومن هذه المشكلات ما يعبر عنه عادة بمشكلة « النقل » وما ارتبط بها من شكل خاص من أشكال البرمجة الخطية هو طريقة النقل .

والأصل فى نشأة هذه الطريقة هو محاولة التوصل إلى أسلوب يساعد فى تحديد أمثل برامج النقل التى تكلف أدنى حد من النفقات . ومشكلة النقل تتمثل أساساً فى حالات تحريك السلع والمستلزمات من مصادر متعددة Sources إلى أماكن استخدام مختلفة ومتباينة Destinations وحيث تتعدد وسائل الوصول من المصادر إلى أماكن الاستخدام مع اختلاف فى فئات النفقات .

وقد كان التعبير الأول عن طريقة النقل[1] بمعرفة « هيتشكوك Hitchcok » فى سنة ١٩٤١ ثم أضاف إليه « كوبمانز Koopmans » كما وصلت إلى شكلها المعروف فى إطار فكرة البرمجة الخطية بواسطة « دانتزج Dantzig » فى سنة ١٩٥٣ .

وينبغى أن نلاحظ أن مشكلات الإدارة التى تقبل الحل بواسطة طريقة النقل يمكن أيضاً حلها بطريقة السمبلكس وهى الطريقة العامة لحل

(١) Levin, and Lamone, *ap.eit*, p. 131

مشكلات البرمجة الخطية ، ومن ثم يمكن اعتبار طريقة النقل بمثابة تطور نابع من الأسلوب الأصلى لمقابلة بعض الاحتياجات دون أن يتناقض مع هذا الأسلوب الأصلى .

ولعلاج مشكلات النقل ، فإن الشروط الأساسية الواجب توفرها لاستخدام أساليب البرمجة الخطية لا بد وأن تتوفر بنفس الدرجة ، وهذه الشروط هى :

١ – أن تكون الإدارة على علم واضح بالأهداف التى تريد تحقيقها .

٢ – أن تكون الموارد موضع الاستخدام محدودة ( والموارد قد تكون الوقت ، أو النفقات ، أو الخبرة العلمية أو أى عنصر آخر لازم لتحقيق الهدف ) .

٣ – أن ترتبط المتغيرات فى المشكلة بعلاقات خطية Linear .

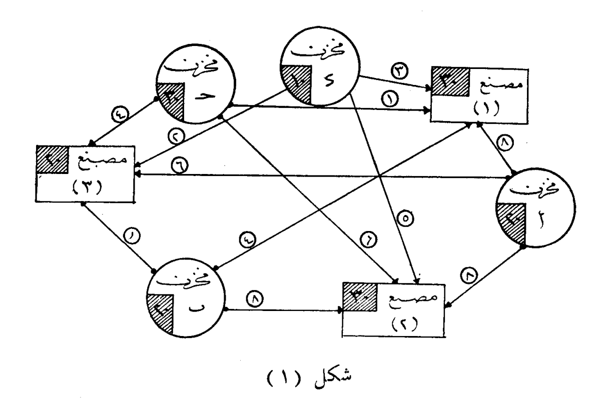
٤ – أن تكون هناك أساليب بديلة لمزج الموارد وصولا إلى الأهداف ولكل من تلك البدائل عائد مختلف . ونضيف إلى ذلك شرط آخر أساسى هو أن جميع المتغيرات يجب أن تكون ذات قيم موجبة ( $\geqslant$ صفر ) .

وتصلح طريقة النقل لعلاج مشكلات تخطيط شبكات التوزيع بين مصادر الإنتاج وأماكن الاستخدام ، كما تصلح لحل مشكلات تخطيط الإنتاج وغيرها من المشكلات الإدارية . والمثال التالى يوضح المظهر العام لمشكلات النقل والتى تبرر الالتجاء إلى البرمجة الخطية لعلاجها .

[ مثال ]

الشركة الوطنية لتصنيع العلب المعدنية لها ثلاثة مصانع فى مناطق مختلفة ( ١ ، ٢ ، ٣ ) ، وتمتلك أربعة مخازن فى مناطق أخرى ( ا ، ب ، حـ ، ء ) والمطلوب هو إعطاء المصانع الكميات التى تطلبها وذلك من المواد الموجودة بالمخازن ، وأن يتم ذلك بأقل تكلفة ممكنة .

يمكن توضيح المشكلة بالرسم كما يلى :




شكل (١)

من هذا الرسم تتضح صعوبة الوصول إلى قرار إذا لم يكن المدير المختص مستنداً إلى أسلوب منطقى محدد . والأساس فى طريقة النقل (شأنها شأن طرق البرمجة الخطية الأخرى) أنها تسير وفقاً للمبدأ التتابعى Iterative فى البحث عن حلول إذ تبدأ بحل مبدئى ممكن Feasible (بمعنى استيفائه للقيود المفروضة) ثم الانتقال إلى حلول أخرى أفضل بالاستناد إلى معايير الاختبار المثالية فى كل مرة ، حتى يصل متخذ القرار إلى الحل الأمثل .

وسوف نعالج مشكلة النقل من خلال بعض الأمثلة العملية .

**أولا — حالة الشحنات المتوازنة :** Thes Balanced Case

تمتلك شركة المقاولات المدنية عدة مراكز لتخزين مواد البناء فى ثلاث مدن هى القاهرة ، الإسكندرية ، وأسيوط . وفى أحد الشهور كان

للشركة عمليات فى أربعة مواقع مختلفة هى أسوان ، دمنهور ، المنصورة ، وكفر الشيخ . وقد وجهت الإدارات التنفيذية المسئولة عن هذه المواقع إلى الإدارة لتنفيذية طلبات لتشوين مادة الأسمنت بالمواقع حسب الاحتياج الشهرى لها . وكانت البيانات الخاصة بالمخزون من الأسمنت بمراكز التخزين وطلبات المواقع فى ذلك الشهر كما يلى ( الكميات بالطن ) :

**الكميات المطلوبة للمواقع :**

| | | |
|---|---|---|
| أسوان | ١٦ | طن |
| دمنهور | ٧ | طن |
| المنصورة | ١١ | طن |
| كفر الشيخ | ١٠ | طن |

**الكميات المتاحة بالمخازن :**

| | | |
|---|---|---|
| القاهرة | ٢٠ | طن |
| الإسكندرية | ١٢ | طن |
| أسيوط | ١٢ | طن |

وقد قامت الشركة باحتساب تكلفة النقل من كل مخزن إلى كل موقع عمل فكانت كالآتى ( باعتبار أن هذه النفقات هى لأقل وسائل النقل أسعاراً ) :

جدول رقم ( ١ )

**أسعار النقل***

| من / إلى | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفر الشيخ |
|---|---|---|---|---|
| القاهرة | ٤ | ٢ | ١ | ٣ |
| الإسكندرية | ٧ | ١ | ٢ | ٣ |
| أسيوط | ٢ | ٦ | ٥ | ٤ |

* ( الأسعار للطن بالجنيه وهى أسعار وهمية )

وفى حدود هذه البيانات فإن إدارة الشركة ترغب فى تصميم أنسب خطة للنقل بين المخازن والمواقع بحيث تكون نفقات النقل الإجمالية أقل ما يمكن (أخذاً فى الاعتبار أن المنتج موضع النقل متماثل بحيث لا يضير أى موقع من أى المخازن ترسل إليه مستلزماته ) .

ولتطبيق طريقة النقل هناك عدد من الخطوات لا بد من المرور بها كالآتى :

**الخطوة الأولى : بناء مصفوفة النقل**

ومصفوفة النقل عبارة عن جدول يخدم نفس الغرض الذى يخدمه جدول السمبلكس ، بمعنى أنه يمثل إطاراً لعرض البيانات الأساسية

بطريقة مختصرة تجعل البحث عن حلول المشكلة أمراً يسيراً ( فى حقيقة الأمر آلياً ) .

والشكل التالى يمثل مصفوفة النقل للمشكلة الخاصة بشركة المقاولات المدنية .

جدول رقم ( ٢ )

| من / إلى | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفر الشيخ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| القاهرة | | | | | ٢٠ |
| الإسكندرية | | | | | ١٢ |
| أسيوط | | | | | ١٢ |
| إجمالى الاحتياج | ١ | ٧ | ١١ | ١٠ | ٤٤ |

**الخطوة الثانية : البحث عن حل مبدئى**

ويقصد بالحل المبدئى نمط للنقل يفى باحتياجات مواقع التنفيذ دون زيادة أو نقص فى نفس الوقت الذى لا يتعارض فيه مع الكميات المتاحة بكل مخزن ، وذلك بغض النظر عن التكلفة . إذ بذلك يصبح الحل ممكناً وليس بالضرورة أن يكون هو الحل الأمثل (لاحظ أن هذا المنطق هو

الأساس أيضاً فى الطريقة الجبرية وطريقة السمبلكس للبرمجة الخطية على أن الحل المبدئى فى طريقة النقل لا يجب أن يكون أسوأ الحلول كما فى طريقة (السمبلكس) .

وهناك مداخل مختلفة للوصول إلى هذا الحل المبدئى أهمها الطريقة المعروفة « بالركن الشمالى الغربى » Northwest Corner ( ويرادفها فى الاستخدام باللغة العربية الركن الشمالى الشرقى ) . وكذلك هناك طريقة « أقل النفقات » وسوف نعرض لهذه الطريقة فيما يلى :

**١ — استخدام طريقة الركن الشمالى الغربى**

**للبحث عن حل مبدئى :**

فى هذه الطريقة نبدأ بتخصيص الكميات الموجودة فى المخزن الأول إلى موقع التنفيذ الذى تمثله الخانة الواقعة فى الركن الشمالى الغربى من مصفوفة النقل ، ثم ننتقل من هذا الموقع إلى موقع آخر بالنقل من مخزن آخر مارين فى تسلسل يشبه درجات السلم كما يتضح من المثال التالى :

جدول رقم (٣)

| إلى / من | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفر الشيخ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| القاهرة | | | ١٠ | ١٠ | ٢٠ |
| الإسكندرية | ٤ | ٧ | ١ | ١ | ١٢ |
| أسيوط | ١٢ | | | | ١٢ |
| اجمالى الاحتياج | ١٦ | ٧ | ١١ | ١٠ | ٤٤ |

فقد بدأنا بتخصيص ١٠ طن من القاهرة إلى كفر الشيخ وهى كل الكمية المطلوبة لهذا الموقع ولكن القاهرة لا يزال بها ١٠ طن نخصصها للموقع التالى وهو المنصورة ونكون بذلك قد استخدمنا كل المتاح فى القاهرة ولكن حيث المنصورة تحتاج إلى ١١ طن إذن ننقل الطن الناقص من الإسكندرية وبذلك يتبقى بها ١١ طن نخصص منها ٧ لموقع دمنهور تاركين ٤ طن بالإسكندرية نخصصها لموقع أسوان . وبذلك نجد أننا استنفذنا كل المتاح فى مخزن الإسكندرية . وحيث تحتاج أسوان إلى ١٦ طن تسلمت منها ٤ طن من الإسكندرية ، فإن كل المتاح بمخزن أسيوط ويبلغ ١٢ طن ينقل إلى أسوان وبذلك يتم التوصل إلى حل مبدئى يفى بالشروط المقررة .

**٢ — استخدام طريقة الركن الشمالى الشرقى**

**للبحث عن حل مبدئى :**

وهى تقوم على نفس الأساس للطريقة السابقة مع فارق وحيد فإننا نبدأ عملية التخصيص من الركن الشمالى الشرقى بدلا من الشمالى الغربى . وفى هذه الحالة يصبح نمط التوزيع كالآتى :

جدول رقم ( ٤ )

| من / إلى | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفر الشيخ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| القاهرة | ١٦ | ٤ | | | ٢٠ |
| الإسكندرية | | ٣ | ٩ | | ١٢ |
| أسيوط | | | ٢ | ١٠ | ١٢ |
| إجمالى الاحتياج | ١٦ | ٧ | ١١ | ١٠ | ٤٤ |

ويلاحظ أن هذا الحل وإن كان يختلف عن سابقه ، إلا أنه لا يزال يتصف بكونه حلا مبدئياً ممكناً .

**٣ — استخدام طريقة أقل النفقات**

**للبحث عن حل مبدئى :**

فى هذه الطريقة فإننا نسترشد بفئات أسعار النقل من كل مخزن إلى كل موقع ونحاول تخصيص أكبر كمية من كل مخزن إلى الموقع الذى تكون تكلفة النقل إليه أقل ( وذلك فى حدود الاحتياج والمتاح ) . وفى مثالنا الحالى فإن شكل التوزيع باستخدام هذا المدخل يصبح كالآتى :

جدول رقم (٥)

| من / إلى | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفر الشيخ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| القاهرة | (٤) | (٢) ٧ | (١) ١١ | (٣) ٢ | ٢٠ |
| الإسكندرية | (٧) ٤ | (١) | (٢) | (٣) ٨ | ١٢ |
| أسيوط | (٢) ١٢ | (٦) | (٥) | (٤) | ١٢ |
| إجمالى الاحتياج | ١٦ | ٧ | ١١ | ١٠ | ٤٤ |

فى كل المحاولات السابقة كان هدفنا هو إنجاز الخطوة الأولى وهى البحث عن حل مبدئى ممكن ، ولإنهاء هذه الخطوة ( أيا كان المدخل الذى نتبعه ) نحسب تكلفة هذا الحل وذلك بضرب الكميات المنقولة عبر كل مسار فى فئة سعر النقل له كما يلى :

**تكلفة الحل المبدئى الأول**

**بطريقة الركن الشمالى الغربى :**

| المسار | الكمية | فئة النقل | التكلفة |
|---|---|---|---|
| القاهرة / المنصورة | ١٠ | ١ | ١٠ |
| القاهرة / كفر الشيخ | ١٠ | ٣ | ٣٠ |
| الاسكندرية / أسوان | ٤ | ٧ | ٢٨ |
| الاسكندرية / دمنهور | ٧ | ١ | ٧ |
| الاسكندرية / المنصورة | ١ | ٢ | ٢ |
| أسيوط / أسوان | ١٢ | ٢ | ٢٤ |
| إجمالى | ٤٤ | | ١٠١ ج.م |

وبنفس الطريقة ، فإن تكلفة الحل المبدئى بطريقة الركن الشمالى الشرقى تكون ١٤٣ حـ . م ؛ والتكلفة للحل المبدئى بطريقة أقل النفقات هى ١٠٧ حـ . م . وسوف نستمر فى حل هذا المثال انطلاقاً من الحل المبدئى الأول الذى حققته طريقة الركن الشمالى الغربى .

وقبل الانتقال إلى الخطوة التالية فى الحل ، فإنه تجدر ملاحظة هامة أن عدد الخلايا المشغولة فى مصفوفة الحل المبدئى يساوى ( عدد الصفوف + عدد الأعمدة — ١ ) . ففى مثالنا كان عدد الصفوف ( عدد مراكز التخزين ) = ٣ وكن عدد الأعمدة ( عدد مواقع التنفيذ ) = ٤ ومن ثم فإن عدد الخلايا المشغولة = ٣ + ٤ — ١ = ٦ وأهمية هذه القاعدة أنه فى حالات معينة تشذ الحلول المبدئية عنها ومن ثم تدلنا على وجود حالة عدم انتظام فى المشكلة تحتاج إلى معالجة خاصة سيرد ذكرها بعد قليل . وأهمية هذه النقطة الآن أنه قبل الانطلاق من الحل المبدئى للبحث عن حل أفضل ينبغى أن نتأكد من انطباق القاعدة ومن ثم انتظام المشكلة .

**الخطوة الثالثة : اختبار الحل المبدئى للتأكد من مثاليته**

عند التوصل إلى حل مبدئى ممكن يواجهنا السؤال الأهم وهو هل هذا هو الحل الأمثل الذى يحقق أدنى نفقة أم أن هناك وسيلة لتحسين الحل ؟ ومن هنا نحتاج إلى اختبار مثالية الحل . ومن الطرق الشائعة فى اختبار المثالية الطريقة المسماة « الحجر المتحرك » Stepping - Stone وتقوم أساساً على التساؤل عما يحدث للنفقات الإجمالية للنقل حال نقل وحدة واحدة من إحدى الخلايا المشغولة عبر خلية أخرى غير مشغولة ؟ ففى مثالنا يكون السؤال ماذا يحدث لو خفضنا الكمية المنقولة من القاهرة إلى المنصورة بوحدة واحدة

ونقلنا هذه الوحدة عبر طريق القاهرة / دمنهور . ومنطق هذه الطريقة أنه إذا ترتب على هذا التغيير خفض فى النفقات فإنه يمكن زيادة الوفر فى النفقات عن طريق نقل المزيد من الوحدات عبر هذا الطريق الجديد . أما إذا أدى التغيير إلى زيادة فى النفقات (أو إلى عدم تغييرها) فلا مصلحة إذن فى إحداث التغيير . ويصير اختبار كل الطرق غير المستخدمة (الخلايا غير المشغولة) بهذا الأسلوب وحساب الأثر الناشىء عن التغيير وإتمام التغييرات التى تؤدى إلى خفض النفقات الكلية حتى نصل إلى الموقف الذى لا يؤدى أى تغيير فيه إلى خفض النفقات وبذلك نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل .
وسوف نطبق هذه الطريقة على مثالنا مستخدمين الحل المبدئى الناشئ عن طريقة الركن الشمالى الغربى وكان كما يلى :

جدول رقم ( ٦ )

| من \ إلى | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفرالشيخ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| القاهرة | | | ١٠ | ١٠ | ٢٠ |
| الاسكندرية | ٤ | ٧ | ١ | | ١٢ |
| أسيوط | ١٢ | | | | ١٢ |
| إجمالى الاحتياج | ١٦ | ٧ | ١١ | ١٠ | ٤٤ |

نلاحظ فى هذا الحل أن الخلية القاهرة / دمنهور غير مستخدمة . فإذا فرضنا أننا خصصنا طن واحد لهذه الخلية ، معنى هذا أننا يجب أن نخفض

المنقول عبر القاهرة / المنصورة بطن واحد حتى تظل قيمة الصف مساوية للرقم ٢٠ وهو الحد الأقصى لما يوجد بالقاهرة . ولكن إضافة طن واحد إلى خانة القاهرة / دمنهور يجعل ما يصل دمنهور ٨ طن بينما هى تحتاج إلى ٧ طن فقط ، لذا يجب أن نخفض المنقول من الاسكندرية إلى دمنهور بطن واحد حتى تظل قيمة العامود الممثل لاحتياج دمنهور مساوية للرقم ٨ . كذلك فإن خفض القاهرة / المنصورة طن واحد يجعل ما يصل المنصورة ١٠ طن فقط وهى تحتاج إلى ١١ إذن لابد من إضافة طن إلى عامود المنصورة وتأتى هذه الإضافة من الاسكندرية حتى تظل قيمة الصف للاسكندرية مساوية للرقم ١٢ . والشكل التالى يمثل التغييرات المتتالية التى نشأت عن محاولة استخدام الخلية الخالية (القاهرة / دمنهور) .

جدول رقم (٧)

| إلى / من | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفر الشيخ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| القاهرة | | ١+ | ١٠ ١- | ١٠ | ٢٠ |
| الإسكندرية | ٤ | ٧ ١- | ١ ١+ | | ١٢ |
| أسيوط | ١٢ | | | | ١٢ |
| إجمالى الاحتياج | ١٦ | ٧ | ١١ | ١٠ | ٤٤ |

يلاحظ أن التغييرات تبدأ من خلية غير مشغولة وتسير فى شكل دائرة مغلقة تنتهى بذات الخلية غير المشغولة .

ومعنى هذه التغييرات من ناحية التكاليف يمكن احتسابه كالآتى :

إضافة طن إلى القاهرة / دمنهور يعنى زيادة فى النفقات = + ٢

خفض طن من القاهرة / المنصورة يعنى خفض فى النفقات = — ١

إضافة طن إلى الاسكندرية / المنصورة يعنى زيادة فى النفقات = + ٢

خفض طن من الاسكندرية / دمنهور يعنى خفض فى النفقات = — ١

∴ الأثر الصافى لهذا التغيير = ٢ — ١ + ٢ — ١ = + ٢

أى أن كل وحدة تنقل عبر مسار القاهره / دمنهور تؤدى إلى زيادة التكلفة الإجمالية للنقل بمبلغ ٢ ج . م ∴ هذا التغيير غير مرغوب فيه .

وبنفس المنطق يتم تقييم باقى الخلايا غير المشغولة ونجد أنها ستكون كالآتى :

الخلية القاهرة / أسوان = ٤ — ١ — ٧ + ٢ = — ٢

الخلية الاسكندرية / كفر الشيخ = — ٣ + ١ + ٣ — ٢ = — ١

الخلية أسيوط / دمنهور = + ٦ — ٢ — ١ + ٧ = + ١٠

الخلية أسيوط / المنصورة = + ٥ — ٢ + ٧ — ٢ = + ٨

الخلية أسيوط / كفر الشيخ = + ٤ — ٣ + ١ — ٢ + ٧ — ٢ = + ٥

هذا الاختبار يبين لنا أن هناك فرصة لتحسين الحل عن طريق استخدام المسار القاهرة / أسوان ( وهذا يحقق وفراً فى نفقات النقل الاجمالية قدره جنيهان عن كل وحدة منقولة ) والمسار الاسكندرية / كفر الشيخ ( وهذا يحقق وفراً قدره جنيها واحداً عن كل وحده ) . فى هذه الحالة فإن القاعدة أن نختار التغيير الذى يحقق وفراً أكبر ومن ثم تتكون مصفوفة نقل جديدة تمثل أثر هذا التغيير . وفى بناء المصفوفة الجديدة فإنه يجب أن نجرى التغييرات الآتية :

\+ نضيف عدداً من الوحدات إلى القاهرة / أسوان وبها أصلاً صفر

— نخفض عدداً من الوحدات من القاهرة / المنصورة وبها أصلاً ١٠

\+ نضيف عدداً من الوحدات إلى الإسكندرية / المنصورة وبها أصلاً ١

— نخفض عدداً من الوحدات من الاسكندرية / أسوان وبها أصلاً ٤

والسؤال ماهو العدد الذى يضاف ابتداء . القاعدة أن نأخذ أصغر رقم موجودة فى خلية مشغولة على هذا المسار وبها علامة سالبة ( أى من بين الخلايا المطلوب خفضها نأخذ أصغر كمية موجودة بتلك الخلايا ) . وفى مثالنا هذا نجد أن هناك خليتين أمامهما علامة سالبة وهما القاهرة / المنصورة وبها ١٠ وحدات والاسكندرية / أسوان وبها ٤ وحدات . وطبقاً للقاعدة فإن الكمية التى تضاف إلى الخلية غير المشغولة التى أفصحت عنها عملية الاختبار هى ٤ وحدات . والسبب فى ذلك واضح طبعاً أننا لو أضفنا ١٠ وحدات لاحتجنا إلى استبعاد ١٠ من ٤ وهذا غير ممكن .

وبالتالى يصبح الحل الجديد وتكلفته الاجمالية كما يلى :

جدول رقم ( ٨ )

| من / إلى | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفرالشيخ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| القاهرة | ٤ | | ٦ | ١٠ | ٢٠ |
| الاسكندرية | | ٧ | ٥ | | ١٢ |
| أسيوط | ١٢ | | | | ١٢ |
| إجمالى الاحتياج | ١٦ | ٧ | ١١ | ١٠ | ٤٤ |

التكلفة الجديدة = ٤ × ٤ + ٦ × ١ + ١٠ × ٣ + ٧ × ١ + ٥ × ٢
+ ١٢ × ٢ = ١٦ + ٦ + ٣٠ + ٧ + ١٠ + ٢٤ = ٩٣ ح . م

ويلاحظ أن الفرق بين التكلفة الجديدة والتكلفة السابقة ( ١٠١ ح . م ) ويبلغ ٨ جنيهات مصدرة كالآتى :

إضافة للنفقات = ٤ × ٤ = ١٦

+ ٤ × ٢ = ٨

٢٤ جـ . م

وفر فى النفقات = ٤ × ١ = ٤

+ ٤ × ٧ = ٢٨

٣٢ جـ . م

∴ الوفر الصافى = ٣٢ – ٢٤ = ٨ جـ . م

**الخطوة الرابعة : اختبار الحل الجديد**

مرة أخرى نتساءل هل هذا هو الحل الأمثل ؟ وللإجابة على هذا التساؤل نعود مرة أخرى إلى تقييم الخلايا غير المشغولة فى الحل الجديد واحتساب الآثار الناشئة عن استخدامها . وبتطبيق هذا الأسلوب نصل إلى النتائج الآتية :

الخلية القاهرة / دمنهور = +٢ – ١ + ٢ – ١ = + ٢

الخلية الاسكندرية / أسوان = + ٧ – ١ + ٦ – ٢ = + ١٠

الخلية الاسكندرية / كفر الشيخ = + ٣ – ٣ + ١ – ٢ = – ١

الخلية أسيوط / دمنهور = + ٦ – ٢ + ٧ – ١ = + ١٠

الخلية أسيوط / المنصورة = + ٥ – ٢ + ٧ – ٢ + ٢ – ٤ = + ٦

الخلية أسيوط / كفرالشيخ = + ٤ – ٢ + ٧ – ١ + ٢ – ٣ = + ٧

∴ هناك فرصة لتحسين الحل باستخدام الخلية الاسكندرية / كفر الشيخ وتكون الكمية القصوى التى يمكن إضافتها لهذه الخلية هى ٥ طن ويصبح الحل الثالث وتكلفته كالآتى :

جدول رقم (٩)

| من / إلى | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفرالشيخ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| القاهرة | ٤ | | ١١ | ٥ | ٢٠ |
| الاسكندرية | | ٧ | | ٥ | ١٢ |
| أسيوط | ١٢ | | | | ١٢ |
| إجمالى الاحتياج | ١٦ | ٧ | ١١ | ١٠ | ٤٤ |

التكلفة الجديدة = ٤ × ٤ + ١١ × ١ + ٥ × ٣ + ٧ × ١ + ٥ × ٣ + ١٢ × ٢ =

= ١٦ + ١١ + ١٥ + ٧ + ١٥ + ٢٤ = ٨٨ ح . م

وهذا حل أفضل ولكن هل هو الحل الأمثل؟ نعود فنكرر عملية اختبار الخلايا غير المشغولة واحتساب آثار التغيير إليها نجد أن كل الخلايا غير المشغولة لها قيم موجبة أى أن أى تغيير إليها سيترتب عليه زيادة فى النفقات الاجمالية للنقل ومن ثم فإن الحل السابق هو الحل الأمثل لمشكلتنا الذى يحقق أدنى نفقة ممكنة .

**الطريقة المعدلة لتقييم الخلايا غير المشغولة :**

بعد الوصول إلى الحل المبدئى وفى محاولة تقييم الخلايا غير المشغولة يمكن استخدام أسلوب بديل يقوم على أساس إعطاء قيم للصفوف والعواميد واستخدامها

فى تحديد قيم الخلايا غير المستخدمه . وتمر عملية التقييم بهذا الأسلوب بمرحلتين :

( ا ) احتساب قيم الصفوف والعواميد .

( ب ) اختبار قيم الخلايا غير المشغوله .

وسوف نطبق هذه الطريقة على مثالنا السابق مبتدئين بالحل المبدئى الذى انتجته طريقة الركن الشمالى الغربى وكان كالآتى ( يلاحظ أننا أضفنا تكلفة النقل عبر كل مسار فى المربع الصغير بكل خليه )

جدول رقم ( ١٠ )

| من / إلى | أسوان | دمنهور | المنصورة | كفر الشيخ | إجمالى المتاح | قيم الصفوف |
|---|---|---|---|---|---|---|
| القاهرة | [٤] | [٢] | [١] ١٠ | [٣] ١٠ | ٢٠ | صفر |
| الإسكندرية | [٧] ٤ | [١] ٧ | [٢] ١ | [٣] | ١٢ | ١ |
| أسيوط | [٢] ١٢ | [٦] | [٥] | [٤] | ١٢ | -٤ |
| إجمالى الاحتياج | ١٦ | ٧ | ١١ | ١٠ | ٤٤ | |
| قيم العواميد | ٦ | صفر | ١ | ٣ | | |

وتحتسب قيم الصفوف أو العواميد بالنسبة للخلايا المشغولة وفقاً للمعادلة الآتية :

قيمة الصف + قيمة العامود = تكلفة النقل للخلية ؛

وفى هذا المثال لدينا ٦ خلايا مشغولة مطلوب احتساب قيم الصفوف والعواميد لها ويتم ذلك كالآتى :

الخلية القاهرة / المنصورة = قيمة الصف + قيمة العامود = ١

الخلية القاهرة / كفر الشيخ = قيمة الصف + قيمة العامود = ٣

الخلية الاسكندرية / أسوان = قيمة الصف + قيمة العامود = ٧

الخلية الاسكندرية / دمنهور = قيمة الصف + قيمة العامود = ١

الخلية الاسكندرية / المنصورة = قيمة الصف + قيمة العامود = ٢

الخلية أسيوط / أسوان = قيمة الصف + قيمة العامود = ٢

ولايجاد القيم المطلوبة نبدأ بافتراض أول قيمة صف تساوى صفر ومنها يمكن حساب باقى القيم كالآتى :

القاهرة / المنصورة = صفر + ١ = ١

القاهرة / كفر الشيخ = صفر + ٣ = ٣

الاسكندرية / المنصورة = ١ + ١ = ٢

الاسكندرية / دمنهور = ١ +صفر = ١

الاسكندرية / أسوان = ١ + ٦ = ٧

أسيوط / أسوان = — ٤ + ٦ = ٢

ثم تحتسب قيم الخلايا غير المشغولة وفقاً للمعادلة الآتية :

قيمة الخلية غير المشغولة = تكلفة الخلية — قيمة الصنف — قيمة العامود

ومن ثم فإن قيم الخلايا غير المشغولة تصبح كالآتى :

القاهرة / أسوان = ٤ — صفر — ٦ = — ٢

القاهرة / دمنهور = ٢ — صفر — صفر = + ٢

اسكندرية / كفر الشيخ = ٣ — ١ — ٣ = — ١

أسيوط / دمنهور = ٦ — (— ٤) — صفر = + ١٠

أسيوط / المنصورة = ٥ — (— ٤) — ١ = + ٨

أسيوط / كفر الشيخ = ٤ — (— ٤) — ٣ = + ٥

ويلاحظ أن هذه القيم هى ذاتها التى توصلنا إليها بطريقة « الحجر المتحرك » وإعمالا لنفس القاعدة فإن الخلية غير المشغولة ذات القيمة الأكثر سلبية هى التى يتم اختيارها لإدخالها فى الحل الجديد . وهكذا نكون مصفوفة نقل جديدة ثم نعيد احتساب قيم الصفوف وقيم العواميد واختبار الخلايا غير المشغولة حتى نصل إلى الحل الأمثل حيث قيم كل الخلايا غير المشغولة إما تساوى صفر أو أكثر .

**طريقة فوجال التقريبية** The Vogal Approximation Method

إن واحدة من المشاكل التى تقابلنا عند حل المشاكل الخاصة بالنقل ، هى تلك الخاصة بالعدد الكبير من الجداول التى يجب عملها قبل الوصول إلى الحل الأمثل . إن المشاكل التى ذكرناها حتى الآن تعتبر مشاكل بسيطة يمكن فيها الوصول إلى الحل الأمثل بعد خطوتين أو ثلاثة . . ولكن المشاكل الحقيقية يوجد فيها من ٥ إلى ١٠ مصانع وعدد كبير من المخازن قد يصل إلى ١٠٠ مخزن . وعلى ذلك فإننا نجد من الصعوبة بمكان أن تحل هذه المشاكل بالطريقة اليدوية ، وأنه من اللازم استخدام الحاسب الإلكترونى فى حلها .

ومن أجل أن تحل مشكلة النقل بطريقة يدوية ، وأن نتلافى تكرار الخطوات فإنه من اللازم البحث عن طريقة يمكن بها تقليل تكرار العمليات وطريقة فوجال توفر هذه الميزة .

**الخطوة الاولى :**

يحدد الفرق بين أقل تكاليف وتلك التى تليها فى كل صف ويسجل هذا الفرق فى عمود جديد يطلق عليه « الفرق » ، وتتبع نفس الطريقة بالنسبة للأعمدة ، ويضاف صف جديد يطلق عليه « الفرق » ، والهدف من وراء هذه الخطوة هو تحديد الزيادة فى التكاليف التى قد تنشأ إذا لم نستفد بأقل تكاليف فى الصف أو العمود .

ويوضح الجدول التالى الفكرة . .

جدول رقم (١١)

| الى / من | مخازن | | | | الموجود | الفرق |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | أ | ب | حـ | ى | | |
| مصنع ١ | ٢٥ | ٣٦ | ١٤ | ٥٣ | ٨٠ | ١١ |
| مصنع ٢ | ٧٤ | ٤٢ | ٣٨ | ٤٤ | ٦٠ | ٤ |
| مصنع ٣ | ٥٠ | ٦٥ | ٧٢ | ٢٣ | ٣٠ | ٢٧ |
| المطلوب | ٢٠ | ٥٠ | ٤٠ | ٦٠ | ١٧٠ | |
| الفرق | ٢٥ | ٦ | ٢٤ | ٢١ | | |

**الخطوة الثانية :**

إختيار أكبر فرق موجود فى أى صف أو عمود . ويوضح الجدول أن أكبر فرق موجود فى الصف الثالث . وعلى ذلك يجب الشحن من المصنع ٣ إلى المخزن ى وذلك لأن أقل تكاليف هى ٢٣ ، والتى تليها مباشرة هى ٥٠ .

**الخطوة الثالثة :**

نقل أكبر كمية من الوحدات بين أهم صف ( صف ٣ ) وأهم عمود ( عمود ى ) ، ونجد أن مصنع ٣ به ٣٠ وحدة وأن المخزن ى يحتاج إلى ٦٠ وحدة . وعلى ذلك فإن أقصى كمية يمكن إعطائها للمخزن ى هى ٣٠ وحدة .

**الخطوة الرابعة :**

شطب الصف أو العمود الذى أستنفذ ما به ، وتعديل أرقام الصفوف أو الأعمدة التى لم يستنفذ مابها ، ولكن أخذ أو أعطى لها جزء مما عندها أو مما تطلبه .

**الخطوة الخامسة :**

حساب الفروق الجديدة للأعمدة والصفوف التى لم تشطب .. ويكون شكل الجدول الجديد كالآتى :

جدول رقم (١٢)

| إلى / من | مخازن أ | ب | حـ | ء | الموجود | الفرق الأول | الفرق الثانى |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| مصنع ١ | ٢٥ | ٣٦ | ١٤ | ٥٣ | ٨٠ | ١١ | ١١ |
| مصنع ٢ | ٧٤ | ٤٢ | ٣٨ | ٤٤ | ٦٠ | ٤ | ٤ |
| مصنع ٣ | ٥٠ | ٦٥ | ٧٢ | ٢٣ / ٣٠ | ٣٠ | ٢٧ | |
| المطلوب | ٢٠ | ٥٠ | ٤٠ | ٦٠ | ١٧٠ | | |
| الفرق الأول | ٢٥ | ٦ | ٢٤ | ٢١ | | | |
| الفرق الثانى | ٤٩ | ٦ | ٢٤ | ٩ | | | |

تكرر الخطوات وينتج الجداول التالية :

جدول رقم (١٣)

| من \ الى | مخازن أ | مخازن ب | مخازن ح | مخازن ء | الموجود | الفرق الأول | الفرق الثاني | الفرق الثالث | الفرق الرابع | الفرق الخامس |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| المصنع ١ | ٢٥ / ٢٠ | ٣٦ / ٢٠ | ١٤ / ٤٠ | ٥٣ | ٨٠ | ١١ | ١١ | ٢٢ | (١٧) | - |
| المصنع ٢ | ٧٤ | ٤٢ / ٣٠ | ٣٨ | ٤٤ / ٣٠ | ٦٠ | ٤ | ٤ | ٤ | ٢ | (٢) |
| المصنع ٣ | ٥٠ | ٦٥ | ٧٢ | ٢٣ / ٣٠ | ٣٠ | (٢٧) | - | - | - | - |
| المطلوب | ٢٠ | ٥٠ | ٤٠ | ٦٠ | ١٧٠ | | | | | |
| الفرق الأول | ٢٥ | ٦ | ٢٤ | ٢١ | | | | | | |
| الفرق الثاني | (٢٥) | ٦ | ٢٤ | ٢١ | | | | | | |
| الفرق الثالث | — | ٦ | (٢٤) | ٩ | | | | | | |
| الفرق الرابع | — | ٦ | — | ٩ | | | | | | |
| الفرق الخامس | — | — | — | — | | | | | | |

ويكون الحل :

جدول رقم (١٤)

| من \ الى | مخازن أ | مخازن ب | مخازن ح | مخازن ء | الموجود |
|---|---|---|---|---|---|
| المصنع ١ | ٢٥ / ٢٠ | ٣٦ / ٢٠ | ١٤ / ٤٠ | ٥٢ | ٨٠ |
| المصنع ٢ | ٧٤ | ٤٢ / ٣٠ | ٣٨ | ٤٤ / ٣٠ | ٦٠ |
| المصنع ٣ | ٥٠ | ٦٥ | ٧٢ | ٢٣ / ٣٠ | ٣٠ |
| المطلوب | ٢٠ | ٥٠ | ٤٠ | ٦٠ | ١٧ |

**تقييم مثالية الحل :**

١ د = − ٣٦ + ٤٢ − ٤٤ + ٥٣ = + ١٥

٢ ا = − ٢٥ + ٣٦ − ٤٢ + ٧٤ = + ٤٣

٢ حـ = − ١٤ + ٣٦ − ٤٢ + ٣٨ = + ١٨

٣ ا = − ٢٥ + ٣٦ − ٤٢ + ٤٤ − ٢٣ + ٥٠ = + ٤٠

٣ ب = − ٤٢ + ٤٤ − ٢٣ + ٦٥ = + ٤٤

٣ حـ = − ١٤ + ٣٦ − ٤٢ + ٤٤ − ٢٣ + ٧٢ = + ٧٣

وطالما أن جميع الإشارات موجبة ، فإننا نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل

وبشكل عام فإننا نعرض فيما يلى الخطوات الأساسية لحل مشكلات النقل فى حالة الشحنات المتوازنة :

**خطوات الحل :**

**١ ـ إيجاد الحل المبدئى بإحدى الطرق المعروفة السابقة**

**٢ ـ التأكد من أن عدد الخلايا المملوءة كافياً :**

ويتم ذلك عن طريق : [ ( عدد الصفوف + عدد الأعمدة ) ـ ١ ]
وسوف يوضح الناتج أقل عدد من الخانات يجب أن يكون بها أرقام . فإذا كان عدد الخانات الفعلية أقل تستكمل الخانات الناقصة بأصفار .

**٣ ـ تقييم الخانات التى لم تستخدم ( الخلايا الفارغة ) :**

قيمة الخلية الفارغة = أثر نقل وحدة لهذه الخلية على التكاليف طبقاً لخط السير .

**تحديد خط السير :**

- حدد الخانة التى يجب تقييم استخدامها . ( الخلية الفارغة ) .
- حدد الممر الذى يجب أن تسلكه بادئا من خانة محددة وعائدا إليها .. ويجب أن يكون خط السير ماراً بخلايا مليئة حيث يمكن نقل وحدات منها . وفى بعض الحالات يمكن أن يمر خط السير بخلية مليئة دون أن يتأثر بها حتى يستطيع أن يكمل خط السير .
- يجب أن يكون الممر فى خط أفقى يليه خط رأسى ويليه خط أفقى وهكذا ( زوايا غير مقلوبة ) ، ومن الممكن قفل خانة أو أكثر من الخانات التى بها أرقام .
- ليس هناك أهمية كبيرة سواء بدأت الممر بالاتجاه إلى أعلى أو إلى أسفل ، إلى اليمين أو إلى اليسار .
- يجب أن تتم الدورة فى أقل عدد من الخطوات ( أقل دورة تتم فى أربعة خطوات ) .

• الدورة التامة يجب أن تشمل عدد من الإشارات الموجبة تساوى الإشارات السالبة

**٤ – تحديد الدورة التى تؤدى إلى أقصى تخفيض فى التكاليف :**

حيث أن الهدف الرئيسى للمشروع هو تخفيض تكاليف النقل ، وعلى ذلك فإننا ننظر فى نتيجة كل حساب ، ونختار الحساب الذى يعطى أكبر رقم سالب .

**٥ – تحديد أقصى رقم من الوحدات يمكن نقله إلى الخانة التى تؤدى إلى تخفيض التكاليف :**

إن أقصى رقم من الوحدات فى هذه الدورة يمكن أن يحدد عن طريق النظر إلى الوحدات التى سوف تأخذ قيم سالبة ، وننظر إلى الأعداد التى تحويها كل منها وإختيار أقلها .

**٦ – تكوين الحل الجديد أو المصفوفة الجديدة .**

**٧ – تقييم الخانات الخالية فى المصفوفة الجديدة .** إلى أن نصل إلى الحل الأمثل . حيث تكون كل الإشارات موجبة وليس هناك أى قيم سالبة .

**ثانياً – حالة الشحنات غير المتوازية** The unbalanced Case :

ليس من الضرورى فى كافة الأحوال أن تكون الكميات المطلوب نقلها معادلة تماماً للكميات المتاحة فى مواقع التخزين . بل يحدث أن تختلف الكميات ومن ثم نواجه بحالة الشحنات غير المتوازنة فى مشكلة النقل . وهذه الحالة تخل بأحد الشروط الضرورية لإمكان تطبيق طريقة النقل وسواء كان الطلب يزيد عن المتاح ، أو كان الطلب يقل عن المعروض ، فإنه لابد من البحث عن وسيلة لإعادة التوازن حتى يمكن حل المشكلة . وتتم هذه العملية عن طريق استخدام مصادر أو مواقع استخدام وهمية Dummy وذلك حسب الحالة .

مثال ذلك لو كانت البيانات الخاصة بإحدى الشركات كالآتى :

جدول رقم (١٥)

| إلى / من | مخزن ١ | مخزن ٢ | مخزن ٣ | اجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|
| مصنع أ | ٥ | ١٠ | ١٠ | ٧٥ |
| مصنع ب | ٢٠ | ٣٠ | ٢٠ | ٨٠ |
| مصنع حـ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | ٧٥ |
| إجمالى الاحتياج | ٧٠ | ١٠٠ | ٤٠ | ٢٣٠ / ٢١٠ |

لإعادة التوازن إلى هذه الحالة التى يبدو فيها الاحتياج أقل من المتاح نفترض وجود مخزن رابع وهمى يحتاج إلى الفرق وقدره عشرين ( ٢٠ ) ومن ثم يعود التوازن إذ يصبح إجمالى الاحتياج مساوياً لإجمالى المتاح . ولكى لا يحدث هذ التغيير تأثير ما على حل المشكلة فإن نفقات النقل إلى هذا المخزن من المصانع المختلفة تفترض مساوية للصفر وتبدو مصفوفة النقل الجديدة على الشكل الآتى :

جدول رقم (١٦)

| الى / من | مخزن ١ | مخزن ٢ | مخزن ٣ | مخزن ٤ (وهمى) | اجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| مصنع أ | ٥ | ١٠ | ١٠ | صفر | ٧٥ |
| مصنع ب | ١٠ | ٣٠ | ٢٠ | صفر | ٨٠ |
| مصنع حـ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | صفر | ٧٥ |
| اجمالى الاحتياج | ٧٠ | ١٠٠ | ٤٠ | ٢٠ | ٢٣٠ |

ويمكن الآن حل المشكلة بالأسلوب العادى . ويتبع نفس الإجراء فى حالة زيادة الاحتياج إذ نتصور وجود مصدر وهمى له طاقة تعادل الفرق تعالج النفقات منه إلى المخازن بنفس الطريقة أى تعتبر وكأنها صفر . وفى حالة استخدام موقع استهلاك (طلب) وهمى فإن الحل الأمثل قد يوضح أن هناك كمية منقولة إليه ومعنى هذا أن تلك الكمية تمثل مخزوناً فائضاً وتبقى فى حقيقة الأمر فى المصنع ( المصدر ) . وفى الحالة العكسية حيث نختلق مصدر وهمى فإنه إذا اتضح من الحل الأمثل شحن كميات من هذا المصدر الوهمى إلى أحد مواقع الاستخدام فإن معنى هذا أن يعانى هذا الموقع عجزاً فى الكميات التى يحتاج إليها بمقدار الكمية المشحونة إليه من المصدر الوهمى .

**حل مشكلات النقل بطريقة السمبلكس :**

إن حل مشكلات النقل بالطرق الموضحة سابقاً يظل أمراً ممكنا طالما كان عدد الصفوف ( المصادر ) والأعمدة ( الاستخدامات ) فى المصفوفة بسيطاً . أما فى حالة المشكلات الكبيرة حيث تبلغ المصادر والاستخدامات العشرات والمئات ، فإن معالجة المشكلة بالطرق السابقة يصبح أمراً عسيراً . لذلك فإنه يمكن استخدام طريقة السمبلكس لعلاج مشكلات النقل والمثال التالى يوضح إمكانية هذا الاستخدام :

تملك شركة النيل مصنعين أ ، ب يبعدان عن بعضهما بمسافة معينة أيضاً تملك ثلاث مخازن ر : س : ت حيث تشحن إليها منتجات المصنعين ويرغب مدير النقل بالشركة فى وضع جدول للشحن للأسبوع القادم طبقاً للنظام التالى :

المصنع أ لديه ١٠٠ طن
المصنع ب لديه ٢٠٠ طن
المخزن س يلزمه ٦٠ طن
المخزن ر يلزمه ٧٠ طن
المخزن ت يلزمه ٥٠ طن

وتكاليف الشحن كالآتى :

من أ إلى ر ٣ جنيه الطن
من أ إلى س ١ ج الطن
من أ إلى ت ٥ ج الطن
من ب إلى ر ٢ ج الطن
من ب إلى س ٤ ج الطن
من ب إلى ت ٦ ج الطن

نحن نبحث عن الكميات المثلى التى تشحن من كل مصنع إلى كل مخزن ولنفترض أن هذه الكميات هى :

$س_{١}$ تمثل الكمية التى تشحن من أ إلى ر
$س_{٢}$ « « « « أ « س
$س_{٣}$ « « « « أ « ت
$س_{٤}$ « « « « ب « ر
$س_{٥}$ « « « « ب « س
$س_{٦}$ « « « « ب « ت

ويمكن وضع المشكلة بالصورة الآتية :

المخازن

| المصانع | ر | س | ت |
| --- | --- | --- | --- |
| أ ١٠٠ طن | $س_1$ | $س_2$ | $س_3$ |
| ب ٢٠٠ طن | $س_4$ | $س_5$ | $س_6$ |
| | ٧٠ طن | ٦٠ طن | ٥٠ طن |

حيث أن المخزن ر يحتاج إلى ٧٠ طن إذن $س_1 + س_4 = ٧٠$

حيث أن المخزن س يحتاج إلى ٦٠ طن إذن $س_2 + س_5 = ٦٠$

حيث أن المخزن ت يحتاج إلى ٥٠ طن إذن $س_3 + س_6 = ٥٠$

ولأن المصنع أ لديه فقط ١٠٠ طن

$\therefore س_1 + س + س_3 = ١٠٠$

ولأن المصنع ب لديه فقط ٢٠٠ طن

$\therefore س_4 + س_5 + س_6 = ٢٠٠$

دالة التكاليف = $٣ س_1 + ١ س_2 + ٥ س_3 + ٢ س_4 + ٤ س_5 + ٦ س_6$

القيود :

$س_1 + س_4 \geqslant ٧٠$

$س_2 + س_5 \geqslant ٦٠$

$س_3 + س_6 \geqslant ٥٠$

$س_1 + س_2 + س_3 \geqslant ١٠٠$

$س_4 + س_5 + س_6 \geqslant ٢٠٠$

ويمكن تحويل المبتاينتين إلى معادلتين بإضافة المتغيرات الإضافية $س_{٧}$، $س_{٨}$ ثم تضاف متغيرات صناعية ($س_{٩}$ ، $س_{١٠}$ ، $س_{١١}$) إلى الثلاث معادلات الأولى لاستخراج الحل المبدئى الأول .

$$س_{١} + س_{٤} + س_{٩} = ٧٠$$

$$س_{٢} + س_{٥} + س_{١٠} = ٦٠$$

$$س_{٣} + س_{٦} + س_{١١} = ٥٠$$

$$س_{١} + س_{٢} + س_{٣} + س_{٧} = ١٠٠$$

$$س_{٤} + س_{٥} + س_{٦} + س_{٨} = ٢٠٠$$

وباتباع نفس الخطوات التى اتبعت فى مشكلة تخفيض التكاليف يمكن عمل جدول السمبلكس الأول كما يلى :

جدول رقم (١٧)

الجدول الأول

| ص | الأساس | ب | ٣ | ١ | ٥ | ٢ | ٤ | ٦ | صفر | صفر | م | م | م |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | س١ | س٢ | س٣ | س٤ | س٥ | س٦ | س٧ | س٨ | س٩ | س١٠ | س١١ |
| صفر | س٧ | ١٠٠ | ١ | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر |
| صفر | س٨ | ٢٠٠ | صفر | ١ | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر | صفر | صفر | ١ | صفر |
| م | س٩ | ٧٠ | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر | صفر | صفو | ١ |
| م | س١٠ | ٦٠ | ١ | ١ | ١ | صفر | صفر | صفر | ١ | صفر | صفر | صفر | صفر |
| م | س١١ | ٥٠ | صفر | صفر | صفر | ١ | ١ | ١ | صفر | ١ | صفر | صفر | صفر |
| | ز | ١٨٠م | م | م | ٢م | م | م | ٢م | م | م | صفر | صفر | م |
| | ص - ن | | ٣ - م | ١ - م | ٥-٢م | ٢ - م | ٤ - م | ٦-٢م | - م | - م | م | م | صفر |

العمود الأمثل

وباتباع نفس الطريقة التى استخدمت فى مشكلة تخفيض التكاليف يمكن إيجاد جدول الشحن الأمثل ( بعد أربع خطوات ) .

ا يشحن صفر إلى ر
٦٠ إلى س
٤٠ إلى ت
ب يشحن ٧٠ إلى ر
صفر إلى س
١٠ إلى ت

وجملة تكاليف الشحن ٤٦٠ جنيه

**حالة عدم الانتظام** Degeneracy

لقد أوضحنا سابقاً أنه كقاعدة عامة ينبغى أن يكون عدد الخلايا المشغولة فى مصفوفة النقل مساوياً لعدد الأعمدة + عدد الصفوف ناقصاً واحد وذلك فى الحل المبدئى أو أى حل آخر . وتحدث حالات عدم الانتظام إذا ماكان عدد الخلايا المشغولة يزيد عن القاعدة ٤ بالنسبة للحل المبدئى فقط ويكون ذلك راجعاً أساساً إلى خطأ فى تركيب بيانات مصفوفة النقل أو إلى خطأ فى عمل التوزيع المبدئى ، الأمر الذى يتطلب ضرورة المراجعة لإزالة عدم الانتظام من خلال تعديل الحل المبدئى .

أما فى حالات نقص عدد الخلايا المشغولة عن القاعدة وتحدث ( سواء بالنسبة للحل المبدئى أو الحلول التالية ) فيترتب عليها استحالة تقييم الخلايا غير المشغولة سواء باستخدام طريقة تقييم المسارات أو الطريقة المعدلة .

ويكون علاج هذا الموقف بشغل إحدى الخلايا غير المشغولة ( أو العدد اللازم منها لجعل عدد الخلايا المشغولة مطابقاً للقاعدة ) عن طريق إضافة كمية وهمية إليها مساوية للصفر وبذلك تستقيم الحالة ويمكن مواصلة الحل بالطرق المعتادة .

الفصل السابع

# طريقة التخصيص

The Assignment Method

تعتبر مشكلة التخصيص إحدى الحالات الخاصة لأسلوب البرمجة الخطية غير أنها في علاجها تستخدم أسلوباً لا يتطلب ذلك القدر الكبير من الحسابات والتعامل مع الأرقام كما هو الشأن فى حالتى السمبلكس وطريقة النقل .

والصفة العامة لمشكلة التخصيص هى وجود عدد معين من الموارد ( وليكن عمال مثلا ) وعدد معين من الأعمال مع وجود مقياس للفاعلية والكفاءة ( كالوقت المستنفذ فى أداء كل عمل ) . والمشكلة هى توزيع الموارد على الأعمال بشرطين :

١ — أن يخصص لكل عمل مورد واحد فقط .

٢ — أن يكون مقياس الفاعلية فى مستواه الأمثل ( أدنى ما يمكن أو أقصى ما يمكن حسب الحالة ) .

وهذا التصوير لمشكلة التخصيص يجد تعبيراً له فى كثير من المواقف الإدارية ، ففى مجال إدارة الأفراد مثلا تواجه الإدارة بندرة الأفراد المدربين والأكفاء لممارسة أعمال معينة ، ومن ثم تكون المشكلة هى تخصيص هؤلاء الأفراد للأعمال بحيث يكون مستوى الكفاءة والإنتاجية أقصى ما يمكن . كذلك فى إدارة النقل كثيراً ما تجد الإدارة نفسها فى موقف يتطلب توفير عدد من سيارات النقل لإحضار حمولات البضائع من الموانىء أو مصادر

التوريد يزيد عن العدد المتاح وبالتالى تصبح المشكلة تحديد أى السيارات تخصص لأى استخدام للوصول إلى الحل الأمثل . نفس الشيء تقابله فى إدارة التسويق حين الرغبة فى تخصيص رجال البيع للمناطق البيعية المختلفة ، أو حين الحاجة إلى توجيه النشاط الإعلانى إلى عدد من الوسائل الإعلانية المتعددة .

وتشير المصفوفة التالية إلى النمط العام لمشكلة التخصيص :

[ **مثال ١** ]

جدول رقم ( ١ )

| الأعمال / الموارد | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|
| ١ | ١ | ٨ | ٤ | ١ |
| ٢ | ٥ | ٦ | ٧ | ٣ |
| ٣ | ٢ | ٦ | ٢ | ٤ |
| ٤ | ٣ | ١ | ٩ | ٧ |

هناك أربعة موارد وليكن أربعة عمال ، بينما هناك أربعة أعمال ، يتطلب كل منها عامل معين ، وتدل الأرقام فى خلايا المصفوفة على الوقت الذى يستنفذه كل عامل فى أداء كل من الأعمال المختلفة . والقرار المطلوب هو أى عامل يؤدى أى من الأعمال الأربعة بحيث يكون إجمالى الوقت المستنفذ فى الأداء أقل ما يمكن .

ويشير المنطق البسيط فى علاج هذه المشكلة أن يتم تقييم كل من التوافيق المختلفة وحساب الوقت المرتبط بكل من الحلول البديلة ، ثم اختيار الحل الأمثل . ولكن من المعروف أن مصفوفة بها ن × ن أى ن خلية يكون لها ن ! من التوافيق وبالتالى إذا كانت ن = ٢٠ فإن المصفوفة يكون

لها ن ! توافيق أى ٢٠ ! = ٢،٤٣٢،٩٠٢،٠٠٨،١٧٦،٦٤٠،٠٠٠ توفيق وهو رقم لا يمكن لأى عقل بشرى أو حاسب الكترونى مهما بلغ حجمه أن يصل إلى الحل الأمثل له فى أى وقت عادى[١] .

وبهذا فإنه من المطلوب البحث عن طريقة أخرى أيسر لعلاج مثل هذه المشكلة والوصول إلى الحل الأمثل لها . وقد وجدت فى السنوات الأخيرة عدة طرق مختلفة لعلاج مشكلة التخصيص تتباين فى درجة عمقها الرياضى وتعقيد حساباتها وسوف نعرض إحدى هذه الطرق من خلال المثال الوارد بالمصفوفة السابقة . وتعرف هذه الطريقة باسم طريقة فلود Flood نسبة إلى العالم الرياضى الذى ابتكرها[٢] .

وتقوم طريقة فلود فى حل مشكلة التخصيص على محاولة تخفيض المصفوفة الأصلية بحيث نصل إلى مصفوفة يوجد بها عدد من الخطوط لإلغاءها يساوى عدد الخلايا للمصفوفة الأصلية ، وبحيث يكون كل من الأصفار فى صف واحد أو عمود واحد فقط ، وهذا هو الحل الأمثل للمشكلة . وفيما يلى تطبيق لهذه الطريقة .

**الخطوة الأولى :**

نبحث فى المصفوفة الأصلية عن الرقم الأصغر فى كل عمود ويكتب هذا الرقم فى خانة خاصة أسفل كل عمود ثم يطرح هذا الرقم من كل الأرقام الواردة فى العمود الأصلى ومن ثم نحصل على مصفوفة جديدة يوجد بكل

---

(١) Churchman, w, Ackoff R., and Arnoff L,Introduction to Operations Research. Wiley & sons, N, Y. 1957 p. 3 4.

(٢) Flood. M. M. «Tho Travelling Salesman Problem» J Oper. Res. Soc. Am. 4; no. 1 61-76 (Feb 1956)

عمود فيها خلية واحدة على الأقل قيمتها صفر · والجدولين رقم ( ٢ أ ) و ( ٢ ب ) يشرحان هذه الخطوة .

جدول ( ٢ أ )

| الأعمال / الموارد | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|
| ١ | ١ | ٨ | ٤ | ١ |
| ٢ | ٥ | ٦ | ٧ | ٣ |
| ٣ | ٢ | ٦ | ٢ | ٤ |
| ٤ | ٣ | ١ | ٩ | ٧ |
| س | ١ | ١ | ٢ | ١ |

جدول ( ٢ ب )

| الأعمال / الموارد | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ص |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ | صفر | ٧ | ٢ | صفر | صفر |
| ٢ | ٤ | ٥ | ٥ | ٢ | ٢ |
| ٣ | ١ | ٥ | صفر | ٣ | صفر |
| ٤ | ٢ | صفر | ٧ | ٦ | صفر |
| س | صفر | صفر | صفر | صفر | |

ويلاحظ بالنسبة للجدول ( ٢ ب ) أننا أضفنا خانة (ص) تمثل الرقم الأصغر فى كل صف من المصفوفة الجديدة . وإذا حاولنا إلغاء الأصفار الموجودة نجد أن العدد الأدنى من الخطوط اللازمة لذلك يساوى ٣ وهو أقل من حد المصفوفة ( ٤ ) ∴ فالحل لا يوجد فى هذه المصفوفة ولا بد من الانتقال إلى الخطوة الثانية .

**الخطوة الثانية :**

نبحث عن الرقم الأصغر فى كل صف من المصفوفة ( ٢ ) وهى الأرقام الواردة فى خانة ( ص ) بتلك المصفوفة ويتم طرح كل رقم من هذه الأرقام الصغرى من جميع الأرقام الواردة بنفس الصف ومن ثم نحصل على الجدول رقم ( ٣ ) كالآتى :

جدول رقم (٣)

| الموارد / الأعمال | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|
| ١ | (صفر) | ٧ | ٢ | صفر |
| ٢ | ٢ | ٣ | ٣ | (صفر) |
| ٣ | ١ | ٥ | (صفر) | ٣ |
| ٤ | ٢ | (صفر) | ٧ | ٦ |

ويلاحظ أن الجدول رقم (٣) به خانة صفرية القيمة على الأقل فى كل صف وعامود وحيث أن العدد الأقل من الخطوط اللازمة لإلغاء هذه الأصفار يساوى (٤) وهو نفس رقم حد المصفوفة ∴ الحل الأمثل يوجد فى هذه المصفوفة الأخيرة وتمثله الخانات المكتوب أصفارها بين قوسين . معنى هذا أن الموارد توزع كالآتى :

المورد الأول (١) يخصص للعمل (١) ويستغرق ذلك وقتاً يبلغ ١ يوم
» » (٢) » » (٤) » » » ٣ »
المورد الرابع (٣) » » (٣) » » » يبلغ ١ يوم
» » (٤) » » (٤) » » » ٣ »
∴ الوقت الأدنى لإنهاء الأعمال الأربعة = ١ + ٣ + ٢ + ١ = ٧ أيام

ويلاحظ فى المثال السابق أننا وصلنا إلى الحل الأمثل بعد الخطوة الثانية مباشرة ، ولكن فى بعض الأحيان تكون الأمور أكثر تعقيداً بحيث نحتاج إلى مزيد من الخطوات وهذا ما يفسره المثال التالى :

**[ مثال ٢ ]**

تمتلك الشركة العامة لأعمال الأساسات عشر ( ١٠ ) حفارات مختلفة الحجم وهى متعاقدة فى الوقت الحالى على عشرة ( ١٠ ) عمليات فى مناطق مختلفة من البلاد . وحيث توجد هذه الحفارات فى مركز الشركة وكل من مواقع العمل فإن تكلفة انتقال كل حفارة إلى أى من مواقع العمل تختلف حسب حجمها وطول المسافة التى ستنقل إليهـا . فإذا علمنا أن الطاقة الدنيا لأى من الحفارات العشر تكفى للعمل فى كل من المواقع المختلفة ، فإن الشركة ترغب فى اختيار النمط الأمثل لتخصيص الحفارات للمواقع . والجدول رقم ( ٤ ) يصور المصفوفة الأصلية للمشكلة .

جدول ( ٤ )

المصفوفة الأصلية لمشكلة تخصيص الحفارات

| المواقع / الحفارات | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ص |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٤ | ٤ | ٧ | ٨ | ٢ | ٨ | ٧ | ٩ | ٢ | ٩ | |
| ٢ | ٤ | ٦ | ٤ | ٩و | ٤ | ٦ | ٨ | ٦ | صفر | ٢و | |
| ٣ | ٩ | ٣ | ٥ | ٩و | ٧ | ٢ | ٣ | ٧ | ٤ | ٧ | |
| ٤ | ٢ | ٦ | ٢ | ٥ | ٧ | ١ | ٢ | ٩ | ٥ | ١ | |
| ٥ | ٢ | ١ | ٥ | ٥ | ١ | ٤ | ٢ | ٦ | ٦ | ٥و | |
| ٦ | ١ | ٧ | ٣ | صفر | ١ | ١ | ٨ | ٦ | ٣ | ٩ | |
| ٧ | ٩ | ٥ | ٣و | ٦ | ٦ | ٣ | ٩ | ١ | ٢ | ٨ | |
| ٨ | ٤ | ١ | ٧ | ٥ | ٧ | ٤ | ٩ | ٨و | ٤ | ٢ | |
| ٩ | ٢ | ٨ | ١ | ٥ | ٦ | ٦ | ٨ | ٧و | ٣و | ٢ | |
| ١٠ | ٨ | ٧ | ٦و | ٢ | ٦ | ٧ | ٣ | ٩ | ٢و | ٧ | |
| س | ١ | ١ | ٣و | صفر | ١ | ١ | ٢ | ٧و | صفر | ٢و | |

يلاحظ فى المصفوفة بالجدول ( ٤ ) أن الخلايا الأصلية تمثل تكلفة النقل بالجنيه لكل حفارة إلى كل موقع عمل . وقد بينت المصفوفة فى الصف ( س ) الأرقام الصغرى بكل عمود .

**الخطوة الأولى :**

يطرح الرقم الأصغر فى كل عمود من الأرقام الواردة فى نفس العمود وبالتالى نحصل على مصفوفة مخفضة كما فى جدول ( ٥ )

جدول ( ٥ )

| المواقع / الحفارات | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ص |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٣ | ٣ | ٦٫٧ | ٨ | ١ | ٧ | ٥ | ٨٫٣ | ٢ | ٨٫٨ | ١ |
| ٢ | ٣ | ٥ | ٣٫٧ | ٫٩ | ٣ | ٥ | ٦ | ٣٫٣ | صفر | صفر | صفر |
| ٣ | ٨ | ٢ | ٤٫٧ | ٫٩ | ٦ | ١ | ١ | ٦٫٣ | ٤ | ٦٫٨ | ٫٩ |
| ٤ | ١ | ٥ | ٦٫٧ | ٥ | ٦ | صفر | صفر | ٨٫٣ | ٥ | ٫٨ | صفر |
| ٥ | ١ | صفر | ٤٫٧ | ٥ | صفر | ٣ | صفر | ٥٫٣ | ٦ | ٫٣ | صفر |
| ٦ | صفر | ٦ | ٢٫٧ | صفر | صفر | صفر | ٦ | ٣٫٣ | ٣ | ٨٫٨ | صفر |
| ٧ | ٨ | ٤ | صفر | ٦ | ٥ | ٢ | ٧ | ٣٫٣ | ٦ | ٧٫٨ | صفر |
| ٨ | ٣ | صفر | ٦٫٧ | ٥ | ٦ | ٣ | ٧ | ٫٥ | ٤ | ١٫٨ | صفر |
| ٩ | ١ | ٧ | ٫٧ | ٥ | ٥ | ٥ | ٦ | ٫٤ | ٫٣ | ١٫٨ | ٫٣ |
| ١٠ | ٧ | ٦ | ٫٣ | ٢ | ٥ | ٦ | ١ | ٨٫٣ | ٫٢ | ٦٫٨ | ٫٢ |
| س | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | |

فى المصفوفة بالجدول (٥) نجد أن كل عمود به صفر واحد على الأقل . ويلاحظ أن العدد الأدنى من الخطوط اللازم لإلغاء هذه الأصفار يساوى ٦ وحيث أن هذا الرقم أقل من ن = ١٠ ∴ الحل الأمثل لم يوجد بعد وبذلك ننتقل إلى الخطوة التالية .

**الخطوة الثانية :**

نختار الرقم الأصغر فى كل صف بمصفوفة جدول (٥) ويطرح هذا الرقم من كل رقم بالصف والأرقام الصغرى هى المذكورة فى خانة (ص) بالجدول المذكور . وبذلك نحصل على مصفوفة جديدة بالجدول (٦) يحتوى كل صف فيها على صفر واحد على الأقل .

جدول (٦)

| المواقع / الحفارات | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ص |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٢ | ٢ | ٥,٧ | ٧ | صفر | ٦ | ٤ | ٧,٣ | ١ | ٧,٨ | -,١ |
| ٢ | ٣ | ٥ | ٣,٧ | ,٩ | ٣ | ٥ | ٦ | ٥,٣ | صفر | صفر | -,١ |
| ٣ | ٧,١ | ١,١ | ٣,٦ | صفر | ١,٥ | ,١ | ,١ | ٥,٢ | ٣,١ | ٥,٨ | -,١ |
| ٤ | ١ | ٥ | ١,٧ | ٥ | ٦ | صفر | صفر | ٨,٣ | ٥ | ,٨ | -,١ |
| ٥ | ١ | صفر | ٤,٧ | ٥ | صفر | ٣ | صفر | ٥,٣ | ٦ | ,٣ | -,١ |
| ٦ | صفر | ٦ | ٢,٧ | صفر | صفر | صفر | ٦ | ٥,٣ | ٣ | ٨,٨ | صفر |
| ٧ | ٨ | ٤ | صفر | ٦ | ٥ | ٢ | ٧ | ,٣ | ٢ | ٧,٨ | -,١ |
| ٨ | ٣ | صفر | ٦,٧ | ٥ | ٦ | ٣ | ٧ | ,٥ | ٤ | ١,٨ | -,١ |
| ٩ | ,٧ | ٦,٧ | ,٤ | ٤,٧ | ٤,٧ | ٤,٧ | ٥,٧ | ,١ | صفر | ١,٥ | -,١ |
| ١٠ | ٦,٨ | ٥,٨ | ,١ | ١,٨ | ٤,٨ | ٥,٨ | ,٨ | ٨,١ | صفر | ٦,٦ | -,١ |
|  | صفر | ,١ | ,١ | ,١ | ,١ | ,١ | ,١ | صفر | ,١ | ,١ | [illegible] |

يلاحظ من الجدول ( ٦ ) أن العدد الأدنى من الخطوط اللازمة لإلغاء الأصفار = ٩ وهذا أقل من ن = ١٠ ∴ الحل الأمثلة لم يوجد بعد ( الخطوط اللازمة لإلغاء الأصفار ممثلة فى الجدول ( ٦ ) بالعلامتين ×—× او ا̽ بدلا من رسم الخطوط ذاتها منعاً لتعقيد الجدول )

**الخطوة الثالثة :**

نبحث عن أصغر رقم فى الجدول ( ٦ ) من بين الأرقام غير المتأثرة بخطوط إلغاء الأصفار . ويضاف هذا الرقم الأصغر إلى كل رقم يقع على تقاطع خطين من خطوط الإلغاء ويطرح من كل رقم لا يتأثر بخطوط الإلغاء ، وبالنظر إلى جدول رقم ( ٦ ) نجد أن هذا الرقم الأصغر هو ١ ر وبإجراء الخطوة الثالثة نحصل على المصفوفة المعدلة بالجدول رقم ( ٧ )

جدول رقم ( ٧ )

| | المواقع / المحطات | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | ١ | ١,٩ | ٢ | ٥,٧ | ٧ | صفر | ٦ | ٤ | ٧,٢ | ٠١ | ٧,٨ | x |
| x | ٢ | ٢,٩ | ٥ | ٣,٧ | ,٩ | ٣ | ٥ | ٦ | ٥,٢ | صفر | صفر | x |
| x | ٣ | ٧ | ١,١ | ٣,٦ | صفر | ٥,١ | ,١ | ,١ | ٥,١ | ٣,١ | ٥,٨ | x |
| x | ٤ | ,٩ | ٥ | ١,٧ | ٥ | ٦ | صفر | صفر | ٨,٢ | ٥ | ,٨ | x |
| x | ٥ | ,٩ | صفر | ٤,٧ | ٥ | صفر | ٣ | صفر | ٥,٢ | ٦ | ,٣ | x |
| x | ٦ | صفر | ٦,١ | ٢,٨ | ,١ | ,١ | ,١ | ٦,١ | ٥,٣ | ٣,١ | ٨,٩ | x |
| x | ٧ | ٧,٩ | ٤ | صفر | ٦ | ٥ | ٢ | ٧ | ,٢ | ٢ | ٧,٨ | x |
| x | ٨ | ٢,٩ | صفر | ٦,٧ | ٥ | ٦ | ٣ | ٧ | ,٤ | ٤ | ١,٨ | x |
| x | ٩ | ,٦ | ٦,٧ | ,٤ | ٤,٧ | ٤,٧ | ٤,٧ | ٥,٧ | صفر | صفر | ١,٥ | x |
| x | ١٠ | ٦,٧ | ٥,٨ | ,١ | ١,٨ | ٤,٨ | ٥,٨ | ,٨ | ٨ | صفر | ٦,٦ | x |

وحيث أن العدد الأدنى من الخطوط اللازم لإلغاء الخلايا الصفرية فى مصفوفة الجدول ( ٧ ) = عشرة = ن ∴ الحل الأمثل يوجد فى هذه المصفوفة . وإعمالا لقاعدة أن الحل الأمثل تمثله الخلايا التى تحتوى على أصفار بشرط ألا يكون هناك صفر آخر فى نفس الصف أو العمود يصبح الحل الأمثل كالآتى :

| الحفارة | الموقع | التكلفة |
|---|---|---|
| ١ | ٥ | ٢ |
| ٢ | ١٠ | ٢,– |
| ٣ | ٤ | ٩,– |
| | ٦ | ١ |
| ٥ | ٧ | ٢ |
| ٦ | ١ | ١ |
| ٧ | ٣ | ٣, |
| ٨ | ٢ | ١ |
| ٩ | ٨ | ٧, |
| ١٠ | ٩ | ٢, |

وبالتالى تصبح التكلفة الإجمالية لنقل الحفارات = ٩,٣ج . م وهى أقل ما يمكن .

**بعض الحالات الخاصة من مشكلة التخصيص :**

فى بعض الأحيان تعرض مشكلة التخصيص بشكل يختلف عن النمط الذى

وجدناه فى الأمثلة السابقة ، الأمر الذى يتطلب إجراء بعض التغييرات فى شكل البيانات وأسلوب عرضها حتى يمكن تطبيق طريقة الحل السابق تحليلها .

**١ — حالة المصفوفة غير المتوازنة :**

فى المثال التالى مشكلة إحدى الشركات التى تمتلك أربعة جرارات نقل فى حين أنها تتعامل فى ستة مواقع عمل ، والقرار المطلوب اتخاذه هو أى الجرارات يتم تخصيصها لأى المواقع بحيث تكون تكلفة تشغيل الجرارات أدنى ما يمكن والجدول رقم (٨) يصور البيانات الأصلية للمشكلة علماً بأن الأرقام داخل الخلايا تمثل تكلفة تشغيل كل جرار فى كل من المواقع الستة :

جدول (٨)

| الجرارات / المواقع | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|
| ١ | ٣ | ٦ | ٢ | ٦ |
| ٢ | ٧ | ١ | ٤ | ٤ |
| ٣ | ٣ | ٨ | ٥ | ٨ |
| ٤ | ٦ | ٤ | ٣ | ٧ |
| ٥ | ٥ | ٢ | ٤ | ٣ |
| ٦ | ٥ | ٧ | ٦ | ٢ |

لحل هذه المشكلة ينبغى إدخال تغيير شكلى وهو إضافة جرارين وهميين Dummy بحيث تتكامل المصفوفة بشكل متوازن ( ٦ × ٦ ) بدلا من شكلها الأصلى (٤ × ٦) . ويراعى أن تكون نفقة التشغيل للجرار الوهمى فى أى من المواقع مساوية للصفر ومن ثم لا تؤثر على الحل ،والجدول ( ٩ ) يعبر عن المشكلة فى صياغتها الجديدة .

جدول رقم ( ٩ )

مصفوفة تخصيص الجرارات بعد تعديلها

| الجرارات / المواقع | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ × | ٦ × |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٣ | ٦ | ٢ | ٦ | صفر | صفر |
| ٢ | ٧ | ١ | ٤ | ٤ | صفر | صفر |
| ٣ | ٣ | ٨ | ٥ | ٨ | صفر | صفر |
| ٤ | ٦ | ٤ | ٣ | ٧ | صفر | صفر |
| ٥ | ٥ | ٢ | ٤ | ٣ | صفر | صفر |
| ٦ | ٥ | ٧ | ٦ | ٢ | صفر | صفر |
| س | ٣ | ١ | ٢ | ٢ | صفر | صفر |

وبعد إعادة صياغة المشكلة يمكن تطبيق طريقة فلود لحلها كالعادة وفقاً للخطوات الآتية :

**الخطوة الأولى :**

نبحث عن الرقم الأصغر فى كل عمود من أعمدة المصفوفة ، ويطرح هذا الرقم الأصغر من كل رقم فى العمود المعين الأمر الذى ينتج مصفوفة معدلة كالتالية :

جدول رقم ( ١٠ )

| الجرارات / المواقع | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ص |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | صفر | ٥ | صفر × | ٤ | صفر | صفر | صفر |
| ٢ | ٤ | صفر × | ٢ | ٢ | صفر | صفر | صفر |
| ٣ | صفر × | ٧ | ٣ | ٦ | صفر | صفر | صفر |
| ٤ | ٣ | ٣ | ١ | ٥ | صفر | صفر × | ١ |
| ٥ | ٢ | ١ | ٢ | ١ | صفر × | صفر | ١ |
| ٦ | ٢ | ٦ | ٤ | صفر × | صفر | صفر | ٢ |
| س | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | |

وحيث أن العدد الأدنى للخطوط اللازم لإلغاء الاصغار فى مصفوفة الجدول ( ١٠ ) = ٦ وهو نفس عدد ن ∴ الحل الأمثل يوجد فى هذه المصفوفة وهو عبارة عن الخلايا المرموز لها بالعلامة × فى جدول ( ١٠ ) .

وتفسير هذا الحل كالآتى :

الجرار رقم (١) يخصص للموقع رقم (٣) وتكلفة تشغيله ٣ حـ . م

الجرار رقم (٢) يخصص للموقع رقم (٢) « « ١ حـ . م

الجرار رقم (٣) يخصص للموقع رقم (١) « « ٢ حـ . م

الجرار رقم (٤) يخصص للموقع رقم (٦) « « ٢ حـ . م

أما الموقعين (٤) ، (٥) فيتركان بلا تشغيل حيث خصص كل منهما أحد الجرارات الوهمية . وهذا الحل يضمن الحد الأدنى من تكلفة التشغيل وتبلغ ٨ جنيهات يومياً . ويجدر أن نشير إلى أن هذا الحل ليس بالضرورة هو الحل الذى ستلتزم به الإدارة ، إذ يلاحظ أن إبقاء موقعين بلا جرارات أمر قد لاترتضاه الإدارة . ومن ثم فقد تعمد إلى اختيار حل آخر وهو تأجير مزيد من الجرارات أو تشغيل جرارات لساعات إضافية ، ولكنها فى جميع الحالات حين تتخذ أى من هذه القرارات تكون على بينة من موقف التكاليف وحدها الأدنى . أى أننا نريد الإشارة إلى أن استخدام طريقة التخصيص أو أى أسلوب آخر من أساليب بحوث العمليات فى معالجة المشكلات الإدارية ، فإن ذلك يعتبر عاملا مساعداً للإدارة فى اتخاذ قراراتها وليس بديلا عن الإدارة فى اتخاذ مثل هذه القرارات .

**( ب ) حالة تعظيم الهدف:**

فى الحالات السابقة نلاحظ أن الهدف كان تخفيض النفقات إلى أدنى حد ممكن Cost Minimization . ولكن فى بعض الحالات يكون القرار المطلوب هو تخصيص بعض الموارد لعدد من الأعمال بحيث يكون معيار للفاعلية أو الكفاءة أعلى ما يمكن Maximization .

مثال ذلك أن يكون القرار المطلوب هو تخصيص عدد من رجال البيع على مناطق البيع المختلفة بحيث يكون ناتج عمليات البيع ممثلا فى رقم المبيعات المحقق فى إجماله أعلى ما يمكن .

ويمكن معالجة مشكلة تعظيم المنفعة بنفس طريقة فلود للتخصيص ، وذلك بإدخال تعديل واحد كما يتضح من المثال التالى :

إذا علمنا أن الشركة العامة لتجارة الجملة تتعامل فى أسواق مختلفة بجمهورية مصر العربية ، وأن لديها عدد من مندوبى البيع يبلغ عددهم سبعة من مستويات مختلفة من حيث المهارة البيعية والتدريب .

وقد قسمت الشركة المناطق التى تتعامل فيها إلى سبعة مناطق[1] والمطلوب اتخاذ قرار بشأن تخصيص مندوبى البيع لكل من هذه المناطق أخذاً فى الاعتبار أن مقاييس الفاعلية فى المتوسط ( رقم المبيعات الذى يحققه كل مندوب فى كل منطقة فى الشهر بآلاف الجنيهات لمندوبى البيع ) كانت كما يلى :

---

(١) يلاحظ طبعاً أنه فى حالة ما إذا كان عدد المناطق يختلف عن عدد مندوبى البيع يمكن استخدام أسلوب إضافة وحدات وهمية Dummy لإعادة التوازن إلى المصفوفة .

جدول (١١)

المصفوفة الأساسية لمشكلة تخصيص مندوبى البيع

| المنطقة / المندوب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٣ | ٨ | ١ |
| ٢ | ٦ | ٣ | ٢ | ١ | ٩ | ٧ | ٢ |
| ٣ | ٤ | ٦ | ١ | ٢ | ٧ | ٣ | ٦ |
| ٤ | ٦ | ٣ | ١ | ٧ | ٨ | ٥ | ٤ |
| ٥ | ٩ | ٨ | ٧ | ١ | ٢ | ٣ | ٦ |
| ٦ | ٩ | ٧ | ٢ | ٣ | ٤ | ٦ | ٥ |
| ٧ | ٩ | ٧ | ٦ | ٣ | ٢ | ٧ | ١ |

ولحل هذه المشكلة فإن التعديل المطلوب إدخاله على المصفوفة الأصلية هو أن نبحث عن أعلى رقم موجود فى المصفوفة ، ويطرح من هذا الرقم كل رقم آخر فى المصفوفة ، وبالتالى نحصل على مصفوفة جديدة بها على الأقل خلية واحدة قيمتها صفر . ثم تجرى على هذه المصفوفة الجديدة نفس الإجراءات العادية لطريقة فلود .

وفى مثالنا الحالى فإن أعلى رقم فى المصفوفة الأصلية هو (٩) وبالتالى نطرح كل رقم من أرقام المصفوفة من (٩) ونحصل على المصفوفة الجديدة بالجدول رقم (١٢) .

جدول ( ١٢ )

المصفوفة المعدلة لمشكلة تخصيص مندوبى البيع

| المنطقة / المندوب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ص |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٥ | ٤ | ٣ | ٢ | ٦ | ١ | ٨ | |
| ٢ | ٣ | ٦ | ٧ | ٨ | صفر | ٢ | ٧ | |
| ٣ | ٥ | ٣ | ٨ | ٧ | ٢ | ٦ | ٣ | |
| ٤ | ٣ | ٦ | ٨ | ٢ | ١ | ٤ | ٥ | |
| ٥ | صفر | ١ | ٢ | ٨ | ٧ | ٦ | ٣ | |
| ٦ | صفر | ٢ | ٧ | ٦ | ٥ | ٣ | ٤ | |
| ٧ | صفر | ٢ | ٣ | ٦ | ٧ | ٢ | ٨ | |
| س | صفر | ١ | ٢ | ٢ | صفر | ١ | ٣ | |

**الخطوة الأولى :**

هى أيجاد ( س) أى أصغر رقم فى كل عمود وطرحه من أرقام العمود والحصول على مصفوفة ثالثة كالآتى :

جدول ( ١٣ )

| | المنطقة / المندوب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ص | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | × | | | | | | | | |
| × | ١ | ٥ | ٣ | ١ | صفر | ٦ | صفر | ٥ | صفرر | × |
| × | ٢ | ٣ | ٥ | ٥ | ٦ | صفر | ١ | ٤ | صفر | × |
| × | ٣ | ٥ | ٢ | ٦ | ٥ | ٢ | ٥ | صفر | صفر | × |
| × | ٤ | ٣ | ٥ | ٦ | صفر | ١ | ٣ | ٢ | صفر | × |
| × | ٥ | صفر | صفر | صفر | ٦ | ٧ | ٥ | صفر | صفر | × |
| | ٦ | صفر | ١ | ٥ | ٤ | ٥ | ٢ | ١ | صفر | |
| | ٧ | صفر | ١ | ١ | ٤ | ٧ | ١ | ٥ | صفر | |
| | س | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | صفر | | |
| | | × | | | | | | | | |

وحيث أن العدد الأدنى من الخطوط اللازم لإلغاء الأصفار = ٦ أى أقل من ن = ٧ ∴ الحل الأمثل لم يوجد بعد ، والمطلوب الانتقال إلى الخطوة الثانية .

**الخطوة الثانية :**

هى البحث عن (ص) أى أصغر قيمة فى كل صف وطرحها عن قيم الصف والوصول إلى مصفوفة جديدة . وحيث (ص) فى مصفوفة الجدول(١٣) تساوى صفر فى جميع الصفوف فإن إجراء الخطوة الثانية لن يغير من وضع المصفوفة أو قيم خلاياها ، ومن ثم ننتقل إلى الخطوة الثالثة .

**الخطوة الثالثة :**

هى البحث عن أصغر رقم فى المصفوفة مع استبعاد الأرقام التى تمر عليها خطوط الإلغاء . وفى هذه الحالة فإن هذا الرقم هو (١) ويضاف هذا الرقم على كل رقم يقع عند تقاطع خطين من خطوط إلغاء الأصفار ويطرح من كل رقم لا يمر عليه خط من خطوط الإلغاء ، ومن ثم نحصل على المصفوفة الجديدة التالية :

جدول ( ١٤ )

مصفوفة الحل الأمثل

| | المندوب / المنطقة | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| × | ١ | ٦ | ٣ | ١ | صفر | ٦ | صفر× | ٥ | × |
| × | ٢ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | صفر× | ١ | ٤ | × |
| | ٣ | ٦ | ٢ | ٦ | ٥ | ٢ | ٥ | صفر× | |
| × | ٤ | ٤ | ٥ | ٦ | صفر× | ١ | ٣ | ٢ | × |
| × | ٥ | ١ | صفر× | صفر | ٦ | ٧ | ٥ | صفر | × |
| × | ٦ | صفر× | صفر | ٤ | ٣ | ٤ | ١ | صفر | × |
| × | ٧ | صفر | صفر | صفر× | ٣ | ٦ | صفر | ٤ | × |

حيث أن العدد الأدنى لخطوط إلغاء الأصفار =٧ = ن ∴ الحل الأمثل يوجد فى مصفوفة الجدول (١٤) ويرمز لخلاياه بالرمز × . وتصبح المبيعات المتوقعة من هذا التوزيع أعلى ما يمكن = ٥٣ ألف جنيه شهريا .

**المنطق الأساسى فى طريقة التخصيص :**

استعرضنا فى الأمثلة السابقة إجراءات تطبيق طريقة التخصيص ولكن لابد أن يثور تساؤل عن المنطق الذى تقوم عليه هذه الطريقة . والإجابة على هذا التساؤل تكمن فى فكرة « نفقة الفرصة الضائعة » Opportunity Cost . ومعنى هذه الفكرة أنه حال تخصيص بعض الموارد لعمل معين ، فإنه لايمكن استخدام نفس الموارد لأى أعمال أخرى . ومن ثم فإن التكلفة الحقيقية لهذا التخصيص يجب أن تحتوى أيضاً على ما يمثل نفقة الحرمان من نتائج الأعمال الأخرى التى كان يمكن الحصول عليها لولم يستخدم المورد فى العمل الذى خصص له . وسوف يتضح هذا المنطق من المثال المبسط التالى :

هناك ثلاثة أعمال إنتاجية مطلوب إنجازها ولدينا ثلاثة آلات تستطيع أياًمنها إنجاز أى من الأعمال الثلاثة والبيانات التالية تصور تكلفة تشغيل كل عمل على الآلات الثلاث .

جدول رقم ( ١٥ )

| الأعمال | الآلات | | |
| --- | --- | --- | --- |
| | ١ | ٢ | ٣ |
| ا | ج<br>٢٠ | ج<br>٢٦ | ج<br>٣٠ |
| ب | ١٠ | ١٥ | ١٩ |
| حـ | ١٧ | ١٤ | ١٢ |

وتتضح فكرة نفقة الفرصة الضائعة إذا خصصنا العمل ا للآلة رقم ( ١ ) فى هذه الحالة يتكلف التشغيل ٢٠ جنيهاً ، ونلاحظ أنه لو خصصنا العمل ب لنفس الآلة ستكون التكلفة ١٠ جنيهات فقط .

ولكن حيث أن الآلة الواحدة يجب أن يخصص لها عمل واحد فقط فإن معنى تخصيص العمل ا للآلة ( ١ ) أن هناك نفقة ضائعة قدرها ١٠ جنيهات (٢٠ — ١٠ = ١٠ ) بمعنى آخر أن هذا التخصيص قد فوت علينا الفرصة لتوفير عشرة جنيهات . وهكذا بالنسبة لباقى الأعمال . ومن ثم فإن الخطوة الأولى فى حل مشكلات التخصيص وهى اختيار أصغر رقم فى كل عمود فى المصفوفة وطرحه من كل الأرقام الأخرى هدفها احتساب « نفقات الفرصة الضائعة » بالنسبة لكل الأعمال . وفى مثالنا الحالى فان المصفوفة الجديدة بعد هذه الخطوة الأولى تبدو كالآتى :

جدول رقم ( ١٦ )

| الأعمال | الآلات | | |
|---|---|---|---|
| | ( ١ ) | ( ٢ ) | ( ٣ ) |
| ا | ١٠ | ١٢ | ١٨ |
| ب | ٠ | ١ | ٧ |
| حـ | ٧ | ٠ | ٠ |

**طريقة الحساب :**

| عمود ( ١ ) | عمود ( ٢ ) | عمود ( ٣ ) |
|---|---|---|
| ٢٠ — ١٠ = ١٠ | ٢٦ — ١٤ = ١٢ | ٣٠ — ١٢ = ١٨ |
| ١٠ — ١٠ = ٠ | ١٥ — ١٤ = ١ | ١٩ — ١٢ = ٧ |
| ١٧ — ١٠ = ٧ | ١٤ — ١٤ = ٠ | ١٢ — ١٢ = ٠ |

تلك القيم فى المصفوفة الجديدة تعبر إذن عن النفقة للفرصة للضائعة بالنسبة للأعمال الثلاثة . من ناحية أخرى ، فإن هناك نفقة للفرصة

الضائعة بالنسبة للآلات . فنحن نلاحظ فى المصفوفة الأصلية أن الآلة (١) تكلفنا ٢٠ جنيهاً إذا خصصنا لها العمل ا ، بينما نتحمل ٢٦ جنيهاً إذا خصص نفس العمل للآلة (٢) و٣٠ جنيهاً إذا خصص للآلة (٣) وبالتالى فإن تخصيص العمل ا للآلة (٣) مثلا لايدل على قرار حكيم إذ فى هذه الحالة نتحمل نفقة للفرصة الضائعة قدرها ١٠ جنيهات إذا لم نخصصه للآلة (١) وقدرها ٤ جنيهات إذا لم نخصصه للآلة رقم (٢) .

ولاحتساب نفقات الفرص الضائعة بالنسبة للآلات نجرى الخطوة الثانية فى إجراءات طريقة « فلود » وفى هذه الخطوة نبحث عن أصغر رقم فى كل صف من المصفوفة الجديدة ويطرح من كل رقم فى الصف . وبذلك نحصل على مصفوفة ثالثة كالآتى :

جدول رقم (١٧)

| الأعمال | الآلات | | |
|---|---|---|---|
| | (١) | (٢) | (٣) |
| ا | ٠ | ٢ | ٨ |
| ب | ٠ | ١ | ٧ |
| ح | ٧ | ٠ | ٠ |

**طريقة الحساب :**

الصف ا : ١٠ − ١٠ = ٠ ، ١٢ − ١٠ = ٢ ، ١٨ − ١٠ = ٨

الصف ب : ٠ − ٠ = ٠ ، ١ − ٠ = ١ ، ٧ − ٠ = ٧

الصف ح : ٧ − ٠ = ٧ ، ٠ − ٠ = ٠ ، ٠ − ٠ = ٠

هذه المصفوفة الثالثة تحتوى فى خلاياها على نفقات الفرص الضائعة للأعمال والآلات وحيث هدفنا الوصول إلى التخصيص الأمثل للأعمال بين الآلات ،

فإننا فى حقيقة الأمر نبحث عن ذلك النمط من التخصيص الذى يجعل نفقة الفرص الضائعة تساوى صفر . مثلا لو خصصنا العمل ا للآ لة (١) فإن نفقة الفرص الضائعة تساوى صفر أى أنه ليس هناك خسارة ناشئة عن هذا القرار . كذلك بالنسبة للعمل حـ إذا خصصناه للآلة (٢) تكون نفقة الفرصة الضائعة صفراً . ولكن بالنسبة للعمل ب نجد أنفسنا مضطرين لتخصيصه للآلة (٣) (حيث الآلتين الأخريين قد استخدمتا فعلا) وفى هذه الحالة فإن قرار تخصيص ب للآلة (٣) يترتب عليه نفقة فرصة ضائعة قدرها ٧ جنيهات .

إذن نحن لم نصل إلى الحل الأمثل لمشكلتنا . وهناك قاعدة نسترشد بها لاختبار مثالية الحل وهى أن العدد الأدنى للخطوط اللازمة لإلغاء الأصفار فى المصفوفة يجب أن يساوى عدد الصفوف أو الأعمدة وفى هذه الحالة فإن عدد الخطوط يساوى اثنين وهو أقل من عدد الصفوف أو الأعمدة (٣) إذن لم نصل إلى الحل الأمثل .

وبذلك ننتقل إلى الخطوة الثالثة فى طريقة « فلود » وهى تتعلق بتخفيض المصفوفة المتكونة من الخلايا التى لايمر بها خطوط الإلغاء وهى :

| | |
|---|---|
| ٢ | ٨ |
| ١ | ٧ |

وفى هذه الحالة نختار أصغر رقم فى المصفوفة ونطرحه من باقى الأرقام من ناحية ، ونضيفه إلى الرقم الواقع عند تقاطع خطى الإلغاء وبذلك تبدو المصفوفة الجديدة كالآتى :

جدول رقم (١٨)

| الأعمال | الآلات (١) | (٢) | (٣) | |
|---|---|---|---|---|
| ا | ٠ | ١ | ٧ | |
| ب × | ٠ | ٠ | ٦ | × |
| حـ × | ٨ | ٠ | ٠ | × |
| | × | | | |

وفى هذه المصفوفة الجديدة تتوفر شروط الحل الأمثل وهى :

– يوجد بكل صف وكل عمود خانة على الأقل بها رقم صفر .

– أن العدد الأدنى من الخطوط اللازمة لإلغاء الأصفار = ٣ وهو عدد الصفوف أو الأعمدة وبذلك يكون الحل الأمثل كالآتى :

يخصص العمل ا للآلة (١) ويتكلف ٢٠ جنيهاً

يخصص العمل ب للآلة (٢) ويتكلف ١٥ جنيهاً

يخصص العمل حـ للآلة (٣) ويتكلف ١٢ جنيهاً

وتصبح إجمالى التكاليف = ٤٧ جنيهاً وهى الحد الأدنى :

## تطبيقات

١ — فيما يلى البيانات المتعلقة بالطلب والعرض على بعض المنتجات بين مصانع ومراكز توزيع إحدى الشركات ، وفئات النقل بينها للوحدة من المنتج . والمطلوب البحث عن النمط الأمثل للنقل الذى يجعل التكلفة الإجمالية أقل ما يمكن .

| إلى / من | ا | ب | حـ | ء | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ | حـ . م ٣ | حـ . م ٢ | حـ . م ٥ | حـ . م ١ | ٨٥٠ |
| ٢ | ٢ | ١ | ٢ | ٣ | ١٢٠٠ |
| ٣ | ٢ | ٢ | ٤ | ٢ | ١٠٥ |
| إجمالى الاحتياج | ٧٥٠ | ٦٠٠ | ٨٠٠ | ٩٥٠ | ٣١٠٠ |

٢ — تمتلك الشركة العربية للبترول أربع محطات ضخ ، وتتعامل أساساً مع ستة عملاء أساسيين . فإذا أعطيت البيانات التالية عن حدود الطاقة بالمحطات وطلبات العملاء وتكلفة النقل ( وحدة النقل هى للحمولة الكاملة لسيارة تانك Tank ) ، فالمطلوب مساعدة الشركة فى اتخاذ قرار بشأن أفضل خطة لتموين العملاء من المحطات المختلفة بحيث تكون إجمالى نفقات النقل أدنى ما يمكن .

العملاء

| | إلى / من | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| محطات الضخ | ا | حـ . م ٣٠ | حـ . م ٣٣ | حـ . م ٤٢ | حـ . م ٢٦ | حـ . م ٣٨ | حـ . م ٤٩ | ٢٥ |
| | ب | ٤١ | ٢٩ | ٣٤ | ٤٧ | ٢٥ | ٤٣ | ٥٠ |
| | حـ | ٢٨ | ٤٠ | ٣٠ | ٣٥ | ٢٥ | ٦٠ | ٦٥ |
| | د | ٤٣ | ٣٦ | ٣٨ | ٢٧ | ٣٠ | ٣٥ | ٥٥ |
| | إجمالى الاحتياج | ٢٠ | ٣٥ | ٢٨ | ٤٧ | ٣٥ | ٣٠ | ١٩٥ |

٣ — باستخدام طريقة التخصيص ، حدد التخصيص الأمثل للمشكلة التالية :

| الأعمال | الآلات | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | ا | ب | حـ | د | هـ |
| ١ | حـ . م ٢٠ | حـ . م ٢٢ | حـ . م ٢١ | حـ . م ١٩ | حـ . م ٢٤ |
| ٢ | ٣٢ | ٣٠ | ٣٤ | ٣٣ | ٣٠ |
| ٢ | ٤٣ | ٤٥ | ٤٤ | ٤٢ | ٤١ |
| ٤ | ٢٨ | ٢٩ | ٢٤ | ٢٦ | ٢٥ |
| ٥ | ٢٥ | ٢٨ | ٢٩ | ٢٧ | ٢٦ |

٤ — تلقت غرفة العمليات بشرطة النجدة المركزية بالقاهرة أربعة بلاغات عن حوادث فى جهات مختلفة من المدينة . وبالنظر إلى الخريطة التى تمثل مواقع عربات النجدة اتضح أن هناك أربع سيارات فقط متاحة للانتقال إلى أماكن الحوادث ، فإذا علمنا أن طاقم أى سيارة قادر

بدرجة متماثلة على تحقيق البلاغات الأربع : فالمطلوب تحديد التخصيص الأمثل ( توجيه كل سيارة إلى الحادثة الأمثل ) بحيث يكون الوقت الكلى اللازم للسيارات الأربع للوصول إلى أماكن الحوادث أدنى ما يمكن ، اعتماداً على الجدول التالى الذى يحدد الوقت اللازم لكل سيارة لكى تصل إلى كل حادثة : ( الوقت بالدقائق )

| الحوادث | سيارات النجدة | | | |
|---|---|---|---|---|
| | (١) | (٢) | (٣) | (٤) |
| ا | ٢٠ | ١٥ | ٢٢ | ١٨ |
| ب | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٣ |
| حـ | ١١ | ١٢ | ١٠ | ٩ |
| د | ٨ | ٧ | ٨ | ١٠ |

٥ – فيما يلى حل لإحدى مشكلات النقل يعانى من حالة عدم انتظام Degeneracy . والمطلوب إعاده الانتظام إلى المشكلة ومواصلة الحل للوصول إلى أدنى نفقة ممكنة :

| إلى / من | مخزن (١) | مخزن (٢) | مخزن (٣) | مخزن (٤) | مخزن (٥) | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|---|
| مصنع أ | ٣ | ٥ / ٤٧٥ | ٧ / ١٥٢٥ | ٥ | ٢ | ٢٠٠٠ |
| مصنع ب | ٤ | ٨ / ٧٥٠ | ١٠ | ٥ / ١٧٥٠ | ٢ | ٢٥٠٠ |
| مصنع حـ | ٢ / ١٩٥٠ | ١ | ٣ | ٨ | ٦ / ١٥٥٠ | ٣٥٠٠ |
| إجمالى الاحتياج | ١٩٥٠ | ١٢٢٥ | ١٥٢٥ | ١٧٥٠ | ١٥٥٠ | ٨٠٠٠ |

٦ ــ استخدم المعلومات التالية للوصول إلى حل مبدئى بطريقة الركن الشمالى الغربى ثم استخدم الطريقة المعدلة MODI لتقييم الخلايا غير المشغولة فى الوصول إلى الحل الأمثل الذى يحقق أدنى نفقة ممكنة .

| إلى / من | اسكندرية | دمنهور | طنطا | بنها | القاهرة | بنى سويف | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | حـ . م | حـ . م | حـ . م | حـ . م | حـ . م | حـ . م | حـ . م طن |
| ا مخزن | ٥ | ١٠ | ١٥ | ١٠ | ٢٠ | ٥ | |
| ب مخزن | ٢٠ | ١٠ | ٥ | ٥ | ١٠ | ٢٠ | ٥٠٠٠ |
| حـ مخزن | ١٥ | ٥ | ٢٠ | ٢٠ | ٥ | ١٥ | ٦٠٠٠ |
| د مخزن | ٢٠ | ٢٠ | ١٠ | ١٥ | ٥ | ٢٥ | ٧٥٠٠ |
| إجمالى الاحتياج | ٣٠٠٠ | ٤٥٠٠ | ٣٥٠٠ | ٤٢٥٠ | ٥٠٠٠ | ٤٧٥٠ | ٢٥٠٠٠ |

٧ ــ استخدم طريقة تقييم المسارات لحل مشكلة النقل الآتية والوصول إلى أحسن خطة توزيع بأدنى نفقة ممكنة .

| مصنع | فئات الشحن ج . م . للطن ١ | ٢ | ٣ | احتياجات المخزن بالطن |
|---|---|---|---|---|
| مخزن أ | ١ر٠٥ | ٩٠ر | ــ ر٢ | ٣٥ |
| ب | ٢ر٣٠ | ١ر٤٠ | ١ر٤٠ | ١٠ |
| جـ | ١ر٨٠ | ــ ر١ | ١ر٢٠ | ٣٥ |
| د | ــ ر ١ | ١ر٥٧ | ١ر١٠ | ٢٥ |
| طاقة المصنع بالطن | ٥ | ٦٠ | ٤٠ | ١٠٥ |

٨ — المطلوب معالجة البيانات الآتية وحل مشكلة النقل بالطريقة المعدلة للوصول إلى خطة توزيع مثلى تضمن انخفاض نفقات النقل إلى الحد الأدنى .

| المخزن / المصنع | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | إجمالى المتاح |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٢٥ | ١٧ | ٢٥ | ١٤ | ٩٠٠ |
| ٢ | ١٥ | ١٠ | ١٨ | ٢٤ | ١٥٠٠ |
| ٣ | ٢٦ | ٣٠ | ١٨ | ٢٣ | ١٨٠٠ |
| إجمالى المطلوب | ٩٠٠ | ٩٠٠ | ١٥٠٠ | ١٥٠٠ | ٤٢٠٠ / ٤٨٠٠ |

# الباب الثالث

## تحليل شبكات الأعمال

**NETWORK ANALYSIS**

- مقدمة
- شبكات التخطيط والمتابعة
- نموذج بيرت PERT
- نموذج بيرت للنفقات PERT COST
- نموذج المسار الحرج CPM

# مقدمة

تواجه الإدارة فى المشروعات الحديثة عديد من المشكلات المتعلقة بتخطيط وجدولة ومتابعة أوجه النشاط المختلفة وصولاً إلى الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة والذى يحقق الأهداف المرغوبة بأعلى درجة من الكفاءة والاقتصاد .

وكلما زادت مشكلات الإدارة تعقيداً كلما أشتدت حاجتها إلى أساليب مساعدة لإتخاذ القرارات الرشيدة .

ومن أهم التطورات فى علم الإدارة ظهور أسلوبين جديدين لمساعدة الإدارة فى إتخاذ القرارات المتعلقة بتخطيط ومتابعة البرامج والمشاريع الكبيرة هما :

( ا ) أسلوب بيرت PERT

( ب ) أسلوب المسار الحرج CPM

وكلمة PERT هى اختصار للتعبير « أسلوب تقييم ومراجعة البرامج » « Programm Evaluation Review Technique » وتعنى الأسلوب الذى يمكن الإدارة من تقييم ومراجعة برامج المشروعات الكبيرة واكتشاف أفضل السبل للوصول إلى أهداف البرامج بأعلى كفاءة ممكنة . أما أسلوب المسار الحرج Critical Path Method (CPM) فهو أسلوب مماثل يهتم أساساً بدراسة العلاقة بين الوقت والنفقات فى تنفيذ المشروعات والبرامج وامكانيات الإحلال والتبادل بينهما وصولاً إلى جعل وقت تنفيذه أقل ما يمكن .

وقد كانت نشأة أسلوب PERT حين بدأ تفكير وزارة الدفاع الأمريكية فى إنتاج صواريخ بولاريس Polaris التى يتم إطلاقها من تحت مياه المحيط بواسطة غواصات متحركة . فقد كان تنفيذ المشروع يتطلب الإجابة على عشرات من الأسئلة الهامة تتعلق بأنواع البحوث المطلوبة ، ومراحل إنتاج

الصاروخ ، ومدى السرعة المطلوبة فى التنفيذ وغير ذلك من أسئلة . ومن ثم كانت الرغبة فى إيجاد أسلوب للتخطيط والمتابعة يأخذ تلك الجوانب المختلفة فى الإعتبار .

وكان PERT هو ذلك الأسلوب الذى يقوم أساساً على منطق تقسيم المشروع أو البرنامج الكبير إلى عدد من الأنشطة Activities المستقلة والتى تتم فى تتابع معين إلى أن يتم تنفيذ المشروع ككل . ومن ثم يتم رسم خريطة أو شبكة Network تصور تلك الأنشطة فى علاقتها التتابعية وبالتالى تحديد الأحداث Events التى ينتهى إليها كل من تلك الأنشطة معلناً نهاية مرحلة من مراحل تنفيذ البرنامج الكبير . ويرتبط بشبكة بيرت مفهوم الوقت المتوقع للانتهاء من كل نشاط .

وعلى هذا الأساس فإن تحليل شبكة بيرت يساعد الإدارة فى اتخاذ قرارات بشأن احتمالات التنفيذ وبدائل الإفادة من الموارد المحدودة .

من ناحية أخرى ، فإن أسلوب المسار الحرج CPM يركز أساساً على محاولة التعرف على معاملات التبادل بين النفقة وبين وقت الإنتهاء من مشروع معين . بمعنى أن الهدف من أسلوب المسار الحرج هو التعرف على فرق النفقة الذى يحدثه استخدام مزيد من موارد الإنتاج فى سبيل الانتهاء من تنفيذ مشروع معين فى وقت أقل مما هو محدد له .

وقد وجدت الإدارة الحديثة فى أسلوبى بيرت والمسار الحرج أداتين هامتين للمساعدة فى تخطيط ومتابعة كثير من أوجه النشاط بها من أهمها :

- مشروعات الانشاء والتشييد .
- مشروعات تقديم منتجات جديدة .
- مشروعات الصيانة والتجديد فى المصانع .
- مشروعات إقامة الحاسبات الألكترونية .
- مشروعات البحوث الكبرى .
- مشروعات إنتاج السلع الكبيرة كالسفن .

ويلاحظ أن كل من هذه المشروعات تتصف بعدد من الخصائص يجعلها قابلة للإفادة من PERT/CPM وهى :

١ — أن المشروع يتركب من عدد محدد من الأنشطة المنفصلة والتى يكتمل المشروع عند الانتهاء منها جميعها .

٢ — أن كل نشاط من تلك الأنشطة يمكن أن يبدأ وينتهى مستقلاً عن غيره من الأنشطة ولكن فى تتابع معروف Sequence .

٣ — أن الأنشطة تتم فى تتابع تنازلى وفقاً للمتطلبات التكنولوجية للمشروع أى أن لكل نشاط مجموعة من الأنشطة التى تسبقه زمنياً ، ومجموعة أخرى من الأنشطة تليه زمنياً .

لقد أثبت كل من أسلوب بيرت والمسار الحرج فعالية كبيرة فى مساعدة الإدارة فى علاج كثير من مشكلات التخطيط والمتابعة ، وبالتالى فإننا نعرض فى هذا الفصل الأسس العلمية لتكوين شبكات بيرت والمسار الحرج ثم أساليب استخدامها فى الأغراض الإدارية .

# الفصل الأول

## شبكات التخطيط والمتابعة

إن المنطق الأساسى فى تكوين شبكات بيرت والمسار الحرج لأغراض التخطيط والمتابعة هو القدرة على تقسيم المشروع أو البرنامج إلى عدد من الأنشطة المستقلة ، وتحديد خط التتابع Order of Precedence بينها، بمعنى تحديد أى الأنشطة يجب الانتهاء منها قبل بداية الأنشطة التالية لها .

والمثال التالى يصور كيفية وضع هذه الفكرة موضع التطبيق . لو تصورنا أن المشروع المطلوب تخطيطه ومتابعته هو إعداد الموازنة التخطيطية للشركة للعامة للسلع الهندسية لسنة قادمة ، نجد أن إعداد الموازنة يتطلب القيام بالأنشطة الآتية :

- إعداد تقدير أو تنبؤ بالمبيعات المتوقعة .
- تحديد أسعار البيع للفترة القادمة .
- تحديد خطة الإنتاج على أساس الطاقات المتاحة .
- وضع تقديرات لتكاليف الإنتاج وغيرها من عناصر النشاط .
- ترجمة تلك التقديرات السابقة إلى موازنة مالية .

ومن الواضح أن الأنشطة السابقة تقوم بها إدارات مختلفة فى الشركة ( هى إدارات التسويق ، الإنتاج ، الإدارة المالية ) ، كما أنها لا تتم جميعاً فى نفس الوقت وإنما يمكن تصوير التتابع التالى بينها :

جدول رقم ( ١ )

الأنشطة اللازمة لإعداد موازنة تخطيطية

| رمز النشاط | الوقائع المرتبطة بالنشاط | وصف النشاط | الوقت اللازم للنشاط | الإدارة المسئولة |
|---|---|---|---|---|
| ا | (١ ، ٢) | التنبؤ بالمبيعات | ١٤ | التسويق |
| ب | (٢ ، ٤) | تحديد أسعار البيع | ٣ | » |
| جـ | (٢ ، ٣) | تحضير جداول الإنتاج | ٧ | الإنتاج |
| د | (٣ ، ٤) | تحديد تكاليف الإنتاج | ٤ | حسابات التكاليف |
| هـ | (٤ ، ٥) | إعداد الموازنة | ١٠ | المالية |

والخطوة التالية فى إعداد شبكة بيرت والمسار الحرج هى ترجمة جدول الأنشطة إلى خريطة على الأسس التالية :

١ — يرسم سهم ليدل على كل نشاط .

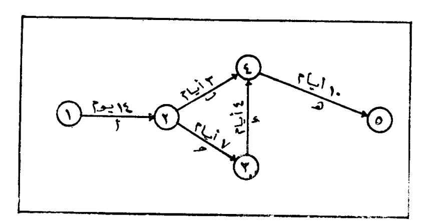
٢ — ترسم حلقة لتدل على حدث معين Event ، والحدث هو بداية نشاط أو نهاية نشاط آخر .

٣ — الحلقة الدالة على نهاية نشاط ما هى نفسها الحلقة التى تدل على بداية النشاط التالى له مباشرة .

٤ — يكتب رمز النشاط أسفل السهم الدال عليه ، كما يكتب الوقت اللازم للإنتهاء من النشاط أعلى السهم الخاص به .

٥ — يوضع رقم داخل كل حلقة يدل على ترتيب الحدث ، وعلى هذا ترقم الحلقة الأولى الدالة على بداية النشاط الأول بالرقم (١) ويستمر

الترقيم تصاعدياً حتى نهاية البرنامج حيث ترقم آخر حلقة بالرقم الأعلى حسب عدد الأحداث .




شكل رقم ( ١ )
شبكة بيرت لمشروع إعداد موازنة تخطيطية

يلاحظ فى الشكل السابق أن النشاط ( أ ) ينبغى إتمامه أولا قبل أن يبدأ أى من النشاطين ( ب ) ، ( جـ ) . كما يلاحظ أن ( ب ) ، ( جـ ) يمكن أن يبدأ فى ذات الوقت بينما النشاط ( د ) يبدأ بعد الإنتهاء من النشاط ( جـ ) ، وأن النشاط ( هـ ) لا يبدأ إلا إذا تم كل من ( د )،(ب).

ويحدث فى بعض الأحيان أن تتداخل الأنشطة بمعنى أن نشاط معين يصبح السابق مباشرة ليس لنشاط واحد كما هو الحال فى الشكل السابق ولكن لأكثر من نشاط فى نفس الوقت وفى هذه الحالة لا يمكن رسم أكثر من سهم واحد لتمثيل ذات النشاط لذلك يتم استخدام ما يسمى « النشاط الوهمى » Dummy ويستنفذ وقتا يساوى صفر ولكن استخدامه يمكّن من رسم شبكة بيرت دون إخلال بمبدأ سهم واحد لكل نشاط .

وكنموذج على هـــذه الحالة لو تصورنا أنه فى مشكلة إعداد الموازنة السابق ذكرها كان من المطلوب كنشاط إضافى القيام بدراسة للسوق للتعرف

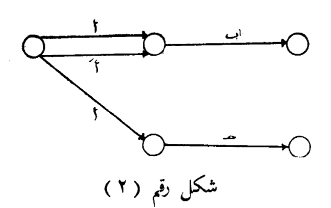
على أسعار المنافسين تتم فى نفس الوقت الذى يعد فيه مدير التسويق تقديرات البيع وبالتالى يصبح جدول الأنشطة كالآتى :

جدول رقم ( ٢ )

جدول الأنشطة المعدل لمشروع الموازنة

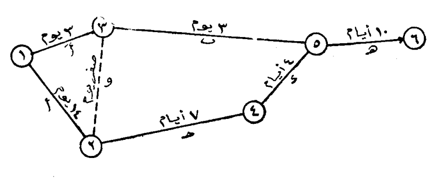
| رمز النشاط | النشاط السابق مباشرة | وصف النشاط | الإدارة | الوقت اللازم للنشاط |
|---|---|---|---|---|
| ا | — | التنبؤ بالمبيعات | التسويق | ١٤ يوم |
| اَ | — | دراسة أسعار المنافسين | » | ٣ » |
| ب | ا ، اَ | تحديد أسعار البيع | » | ٣ » |
| جـ | ا | جدولة الإنتاج | الإنتاج | ٧ » |
| د | جـ | تحديد تكاليف الإنتاج | حسابات التكاليف | ٤ » |
| هـ | ب ، د | إعداد الموازنة | المالية | ١٠ » |

يتضح من الجدول أن النشاط ( أ ) هو السابق مباشرة للنشاط ( ب )، كما أنه النشاط السابق مباشرة للنشاط ( جـ ) . وإذا أردنا التعبير عن هذه العلاقة على شبكة بيرت لكان من المحتّم أن تأخذ الشكل الآتى :



شكل رقم ( ٢ )

ولكن هذا الحل غير سليم حيث أن النشاط ( أ ) معبر عنه بسهمين مختلفين الأمر الذى يؤدى إلى أخطاء فى تفسير الشبكة . من أجل هذا يصير استخدام « نشاط وهمى » ليساعد فى حل هذه المشكلة كالآتى :




شكل رقم ( ٣ )

ومن المزايا التى يمكن الإفادة من شبكات بيرت فيها أنها إذا رسمت على خريطة زمنية يمكن أن توضح بجلاء الوقت اللازم لإنهاء كل نشاط ، والوقت الباقى من فترة المشروع ومدى تقدم أو تأخر التنفيذ كما يتضح من الرسم التالى :

شكل رقم ( ٤ )
شبكة بيرت مرسومة على مقياس زمنى

وقبل أن ننتقل إلى دراسة تفاصيل استخدامات شبكات بيرت والمسار الحرج ، نقدم تركيزاً لقواعد تكوينها :

١ ـ السهم فى الشبكة يمثل نشاطاً معيناً ، ولا يجوز تمثيل النشاط الواحد بأكثر من سهم واحد .

٢ ـ الحلقة تمثل حدثاً وهو إما بداية لنشاط أو نهاية له .

٣ ـ أن أى نشاط لا يمكن أن يبدأ إلا بعد انتهاء كل الأنشطة السابقة عليه كالآتى :

جمع البيانات ← (١) ← تحليل البيانات
تبويب البيانات

٤ ـ أن كل الأنشطة التى تبدأ من حدث معين تعتمد على كل الأنشطة التى تدخل فى هذا الحدث ولا يمكن أن تبدأ إلا بعد نهاية تلك الأنشطة كالآتى :

جمع البيانات ← (١) ← تحليل البيانات
تبويب البيانات — استكمال البيانات

٥ ـ لكل نشاط نقطة بداية واحدة ومحددة ونقطة نهاية واحدة ومحددة وذلك مع الأخذ فى الاعتبار طبيعة العلاقات التتابعية التى تربط الأنشطة بعضها ببعض . إن رسم أى سهم على شبكة بيرت يجب أن يسبقه السؤالين الآتيين :

- ما هى الأنشطة الواجب إتمامها قبل أن يبدأ هذا النشاط ؟
- وماهى الأنشطة التى لا يمكن البدء فيها إلا بعد أن يتم هذا النشاط ؟

٦ – أن شبكات بيرت والمسار الحرج لا تعكس علاقات زمنية ( إذ أنها لا ترسم عادة على مقياس زمنى ) ولكنها تعكس علاقات اعتمادية Dependency Relationships بين الأنشطة المختلفة . ومن ثم فإن أطوال الأسهم لا تعكس الوقت النسبي المطلوب لإنهاء كل نشاط . كما أن خروج مجموعة من الأسهم من الحلقة الممثلة لحدث معين لا يعنى أنها جميعاً تتم فى نفس الوقت .

٧ – أن كل نشاط يرقم ترقيما خاصا لا يتكرر بالنسبة لغيره من الأنشطة حيث يأخذ كل نشاط رقمى حدث البداية وحدث النهاية بالنسبة له .

٨ – أن المشروع ككل يجب أن تكون له بداية واحدة ونهاية واحدة .

**مراحل استخدام شبكات بيرت والمسار الحرج**
**للتخطيط والجدولة والمتابعة**

إن شبكات بيرت والمسار الحرج توفر للإدارة أداة طيعة لتخطيط وجدولة البرامج ومتابعتها . ومن ثم يتم تكوين الشبكة على مراحل ثلاثة تتوافق مع مراحل تكوين المشروع ذاته وهى :

- مرحلة التخطيط .
- مرحلة الجدولة .
- مرحلة المتابعة .

ويلاحظ أن مرحلة الجدولة قد فصلت عن مرحلة التخطيط حيث ينبغى الانتهاء أولا من وضع الخطة قبل وضع جداول توجيه التنفيذ . ولا ينتهى عمل الشبكة عند مرحلة الجدولة ، بل يمتد استخدامها أيضاً كأساس للمتابعة وبصير تغييرها وتعديلها وفقاً لظروف التنفيذ .

**مرحلة التخطيط**

ويتم فى مرحلة تخطيط شبكة بيرت والمسار الحرج تجميع كل المعلومات اللازمة عن المشروع ومستلزماته . ومن أهم الأمور الواجب القيام بها فى مرحلة التخطيط ما يلى :

- تحديد أهداف المشروع المزمع القيام به ونطاقه .
- تحديد الأنشطة اللازمة لتحقيق هذه الأهداف .
- إنشاء الشبكة التى تعكس سير هذه الأنشطة وعلاقاتها التتابعية .
- تقدير الوقت الذى يستغرقه كل نشاط .
- تقدير احتياجات كل نشاط من الموارد المختلفة وحساب تكلفته الإجمالية .
- تحديد نوعيات المواد والمعدات اللازمة لإنهاء المشروع .

ومن ثم فإنه فى نهاية مرحلة التخطيط تحصل الإدارة على النتائج الآتية :

- شبكة تحدد الأنشطة وتتابعها .
- تقديرات زمنية لكل نشاط .
- نفقات تقديرية لكل نشاط .
- تقديرات الاحتياجات من القوى العاملة وغيرها من عناصر الإنتاج اللازمة للمشروع ( كماً ونوعاً ) .
- مؤشرات عن المسئولية الإدارية عن كل جزء من أجزاء المشروع .

**مرحلة الجدولة :**

تستخدم المعلومات المتجمعة فى مرحلة التخطيط لإنتاج جداول لكل الأنشطة فى الشبكة . ويحدد الجدول المعلومات الآتية عن كل نشاط :

- الوقت المبكر لبدأ النشاط — وهو أول يوم يمكن فيه بدء النشاط إذا كانت كل الأنشطة السابقة عليه قد انتهت .

- الوقت المبكر للإنتهاء من النشاط — وهو أول يوم لا يكون فيه أي عمل بالنسبة للنشاط بافتراض أن العمل فيه بدء فى الوقت المبكر له .

- الوقت المتأخر لبدء النشاط — وهو آخر موعد يمكن السماح للنشاط بالبدء فيه — أى لا يمكن للنشاط أن يتأخر فى البداية عن ذلك اليوم ، وذلك حتى لا يتأخر المشروع كله .

- الوقت المتأخر لنهاية النشاط — وهو آخر موعد يمكن السماح باستمرار العمل فيه بالنسبة لنشاط معين وذلك حتى لا يتأخر المشروع .

- الفائض Float أو Slack — وهو الفرق بين الوقت المبكر لبداية النشاط والوقت المتأخر لبدايته . أى هو ذلك القدر من الوقت الذى يمثل الفرق بين الوقت المتاح للنشاط من ناحية والوقت اللازم من ناحية أخرى .

ومن خلال هذه الجداول يمكن تحديد الأنشطة الحرجة Critical Activties والمسار الحرج Cirtical Path وهو المسار الذى يربط بين عدد من الأنشطة الحرجة التى تحتاج إلى أطول وقت بالنسبة للمسارات الأخرى :

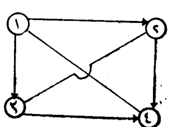
**مرحلة المتابعة**

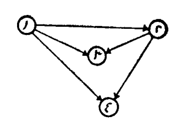
وتتم المتابعة بتلقى تقارير تقدير موقف Status Reports تصور التقدم الفعلى فى تنفيذ أنشطة المشروع ، ومدى مطابقتها للجداول . ومن ثم يمكن للإدارة اتخاذ قرارات بشأن التعديلات الواجب إدخالها من حيث استخدام الوقت الفائض Float فى بعض الأنشطة للتخفيف من أعباء المسار الحرج . أو بزيادة الموارد المستخدمة مع حساب التكلفة لمنع المشروع من التأخير . وبشكل عام فإنه يصير إعادة النظر فى كل مكونات الشبكة والجداول أثناء مرحلة المتابعة لإنتاج شبكة وجداول معدلة تتفق مع ظروف التنفيذ وتسمح بإنهاء المشروع فى الوقت المحدد له .

**بعض الإرشادات فى رسم الشبكات :**

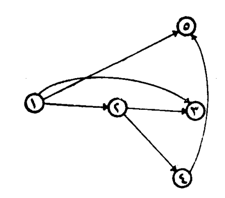
١ – من المفضل تجنب رسم الأسهم بشكل متقاطع

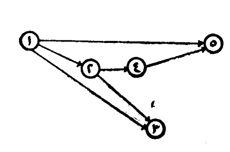
**خطأ** **صواب**



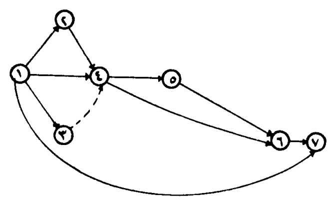


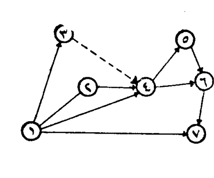
بنفس المنطق المثال التالى يصور فكرة عدم رسم أسهم متقاطعة



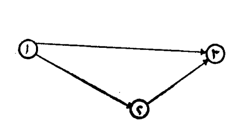


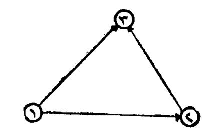
٢ – من المفضل تجنب التباين الشديد فى أبعاد الأسهم





٣ – من المفضل جعل الزوايا بين الأسهم كبيرة بقدر الإمكان





**أسلوب بديل لرسم الشبكات :**

أوضحنا فيما سبق أسلوب رسم الشبكات المسمى « النشاط على السهم » « Activity on Arrow » وفيـــه يعبر كل سهم عن نشاط معين وتعبر الدوائر عن أحداث ( إما بدايات الأنشطة أو نهايات لها ) . وفى هذا الأسلوب اتضحت لنا الحاجة إلى استخدام أنشطة وهمية Dummy فى حالات متعددة لتوفير الاتساق فى الشبكة . وتنشأ الحاجة إلى استخدام النشاط الوهمى فى أى من الحالات الآتية :

* إذا كان هناك نشاطين ( أو أكثر ) يعتبر كل منهما السابق مباشرة لنشاط معين ، بمعنى أن حدثى النهاية لهذين النشاطين هما فى ذات الوقت حدث البداية للنشاط التالى .

* إذا كانت الأنشطة السابقة مباشرة والتالية مباشرة لنشاطين أو أكثر متماثلة ، ففى هذه الحالة تصبح أحداث البداية والنهاية متماثلة .

وتلك الأحوال تجعل من الضرورى التعبير عن النشاط الواحد بسهمين وهو ما يخالف قواعد إعداد الشبكات ، ومن ثم يكون استخدام الأنشطة الوهمية كبديل يجعل رسم الشبكة ممكناً درن تناقض مع القواعد الموضوعة .

ولكن استخدام الأنشطة الوهمية يعقد فى إعداد الشبكات خاصة حين احتساب المسار الحرج ، ومن ثم فقد بدأ اتجاه لاستخدام أسلوب بديل لإعداد الشبكات يسمى « النشاط على الدائرة «Activity - on - Node» وفيه تعبر الدائرة عن النشاط وتمثل الأسهم علاقات التتابع بين الأنشطة وتشير رأس السهم إلى النشاط التالى . مثلاً لو كان النشاط « ا » يسبق مباشرة النشاط « ب » فإن رسم هذه العلاقة بالأسلوب البديل يتم كما يلى :



وقواعد رسم الشبكة باستخدام طريقة « النشاط على الدائرة » أسهل كثيراً إذ يكفى أن نرسم دائرة لكل نشاط ثم توصل هذه الدوائر بأسهم حسب علاقات التتابع بينها . ويكتب داخل الدائرة الرمز الخاص بالنشاط وكذلك الوقت اللازم لإنهائه . وتتضمن الشبكة فى هذا الأسلوب عادة دائرة يطلق عليها « نهاية » حتى يكون للمشروع بداية وحيدة ونهاية محددة .

وعلى الرغم من السهولة النسبية فى إعداد الشبكات باستخدام طريقة « النشاط على الدائرة » إلا أن استخدامها فى التطبيق العملى محدود ويعود ذلك لأسباب مختلفة أهمها :

١ — أن طريقة « النشاط على السهم » هى التى بدأ استخدامها أولاً ومن ثم اكتسبت اقتناعاً أكبر .

٢ — أن نموذج بيرت يقوم على فكرة الأحداث Events بمعنى أن الأنشطة تنتهى إلى أحداث ( أو تبدأ من أحداث ) وهذا المنطق يتفق وأسلوب « النشاط على الأسهم » وبالتالى تصبح أكثر تناسباً فى حالة استخدام نموذج بيرت .

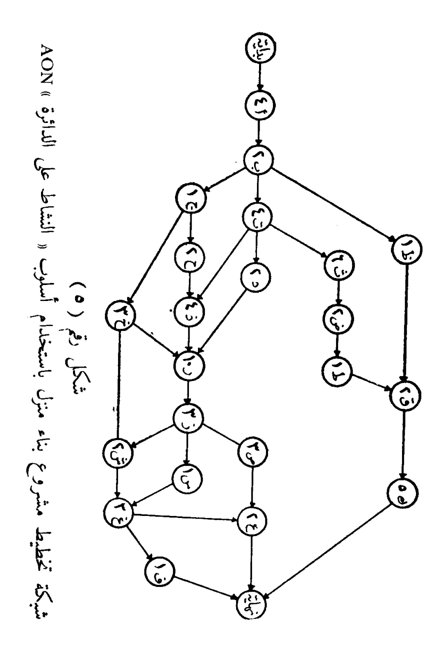
٣ — أن علاقة التتابع ( النشاط السابق مباشرة والتالى مباشرة ) تكون أوضح فى التحديد بطريقة « النشاط على الأسهم » منها فى طريقة « النشاط على الدائرة » وخاصة حين استخدام الحاسب الالكترونى لاحتساب الأوقات والفائض بالنسبة لمشروع ما .

وفى المثال الآتى نعرض لمشروع واحد ونبرز كيفية إعداد الشبكة الخاصة به بالأسلوبين .

**[ مثال ] مشروع إنشاء مبنى :**

فيما يلى البيانات الخاصة بمشروع إنشاء مبنى وسوف تستخدم فى إعداد الشبكة أولا بطريقة « النشاط على الدائرة » AON ثم بطريقة « النشاط على السهم » AOA :

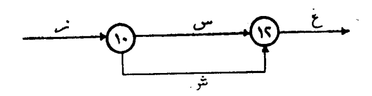
| إسم النشاط | وصف النشاط | النشاط السابق مباشرة | الوقت بالأيام |
|---|---|---|---|
| ا | تمهيد الأرض وحفر الآبار | — | ٤ |
| ب | إرساء الأساسات | ا | ٢ |
| ت | إقامة الأعمدة والسقف | ب | ٤ |
| ث | إقامة الجدران | ت | ٦ |
| ج | تركيب المواسير الخارجية | ب | ١ |
| ح | تركيب أرضية الدور الأرضى | ج | ٢ |
| خ | أعمال السمكرة التمهيدية | ج | ٣ |
| د | أعمال الكهرباء التمهيدية | ت | ٢ |
| ذ | أعمال التهوية وتكييف الهواء | ت ، ح | ٤ |
| ر | أعمال طلاء الجدران بالمادة العازلة | خ ، د ، ذ | ١٠ |
| ز | أعمال الأرضية | ر | ٣ |
| س | تركيبات المطبخ | ز | ١ |
| ش | تركيبات السمكرة النهائية | ز | ٢ |
| ص | أعمال النجارة | ز | ٣ |
| ض | إنهاء أعمال السطح | ث | ٢ |
| ط | تثبيت الصمامات الأساسية | ض | ١ |
| ظ | تركيب عوازل خارجية | ب | ١ |
| ع | طلاء الأرضيات | ص ، غ | ٢ |
| غ | طلاء بالألوان | س ، ش | ٣ |
| ف | إنهاء أعمال الكهرباء | غ | ١ |
| ق | توصيل الكهرباء | ط ، ظ | ٢ |
| ك | تمهيد المدخل | ق | ٥ |



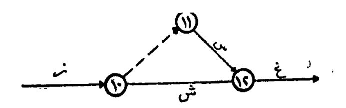
شكل رقم (٥)
شبكة تخطيط مشروع بناء منزل باستخدام أسلوب « النشاط على الدائرة » AON

ولإمكان رسم هذه الشبكة بطريقة « النشاط على السهم » نلاحظ أنه لا بد من استخدام أنشطة وهمية . فعلى سبيل المثال نجد أننا نحتاج إلى نشاط وهمى حيث أن النشاطين ( س ) ، ( ش ) لهما نشاط سابق مباشرة

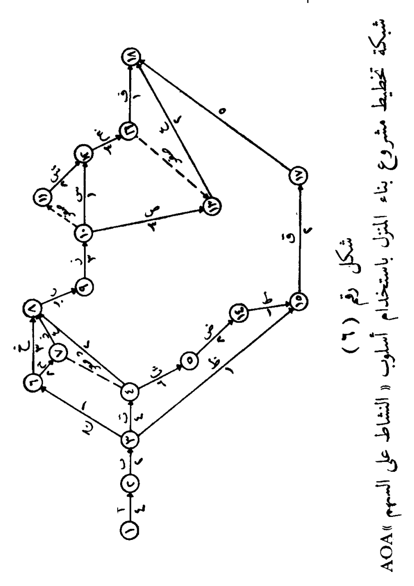
واحد هو النشاط ( ز ) وبالتالى يصبح لهما حدث بداية واحد ؛ كما أنهما لهما نشاط تابع مباشرة هو النشاط ( غ ) ومن ثم يكون لهما حدث نهاية واحد . فإذا رسمنا هذا الموقف بدون إدخال نشاط وهمى لأصبح كالآتى :




وفى هذه الحالة فإن النشاطين ( س ) ، ( ش ) لهما أرقام أحداث بداية ونهاية واحدة وبالتالى يصعب التمييز بينهما . ولكن حال استخدام النشاط الوهمى يصبح الرسم كالآتى :



والشكل التالى يصور الشبكة الكاملة للمشروع ذاته باستخدام طريقة « النشاط على الأسهم » AOA



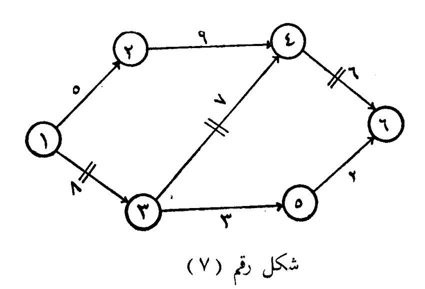
شكل رقم (٦)
شبكة تخطيط مشروع بناء المنزل باستخدام أسلوب « النشاط على السهم »AOA

**تحديد المسار الحرج :**

إن منطق التخطيط باستخدام شبكات بيرت والمسار الحرج يوفر للإدارة القدرة على تقسيم البرنامج الكلى للمشروع إلى الأنشطة المكونة له والأحداث التى تشهد انتهاء مراحل محددة فى التقدم نحو هدف المشروع . وحيث يتم تقدير الوقت اللازم للإنتهاء من كل نشاط ، إذن يمكن للإدارة تقدير الحد الأدنى من الوقت اللازم للإنتهاء من المشروع كله . وفى سبيل ضمان

انتهاء المشروع فى موعده يجب على الإدارة أن تحدد « المسار الحرج » Gritical Path وهو عبارة عن أطول مسار يربط بين عدد من الأنشطة المتتابعة فى الشبكة . وسبب التسمية للمسار بأنه حرج ، أن الوقت اللازم لإنهاء الأنشطة التى يربطها هذا المسار هو الذى يحكم فعلاً وقت انتهاء المشروع كله . فبغض النظر عن انتهاء الأنشطة على المسارات الأخرى فى الشبكة ، إلا أن وجود الأنشطة على المسار الحرج يعنى أن المشروع كله لن ينتهى إلا بنهاية أنشطة هذا المسار الحرج .

ويمكن توضيح فكرة المسار الحرج بالمثال الآتى :




شكل رقم ( ٧ )

فى الشبكة نجد المسارات الآتية :

المسار الأول — يربط الأحداث ١ — ٢ — ٣— ٦ ومجموع الوقت اللازم له ٢٠ يوم .

المسار الثانى — يربط الأحداث١ — ٤ — ٥ — ٦ ومجموع الوقت اللازم له ١٣ يوم .

المسار الثالث— يربط الأحداث١ — ٤ — ٣ — ٦ ومجموع الوقت اللازم له ٢١ يوم .

وحيث أن المسار الثالث ( ١ — ٤ — ٣ — ٦ ) يستلزم وقتاً أطول من أى مسار آخر فى الشبكة إذن هو المسار الحرج .

**تعريف :**

المسار هو مجموعة من حلقات الأحداث تبدأ بحدث البداية وتنتهى بحدث النهاية فى الشبكة ويربط بينهما أسهم الأنشطة .

**تعريف :**

المسار الحرج هو أطول المسارات وقتاً فى الشبكة

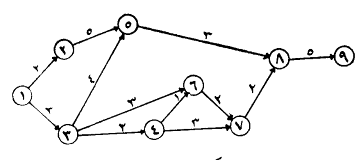
**تعريف :**

الأنشطة الحرجة هى التى تقع على المسار الحرج .

وأهمية فكرة المسار الحرج أنها تعطى للإدارة وسيلة لتحديد أنسب وسيلة لتخفيض فترة تنفيذ البرنامج ، وذلك بالعمل على تخفيض الأنشطة الواقعة على المسار الحرج دون غيرها من أنشطة الشبكة حيث هى التى تحكم فعلا تاريخ انتهاء المشروع .

ومن الواضح أنه يجوز أن تتعدد المسارات الحرجة فى الشبكة الواحدة . وفى هذه الحالة فإن تخفيض وقت تنفيذ المشروع يتطلب تخفيض الوقت اللازم لأداء بعض الأنشطة على كل من المسارات الحرجة إذا كانت مستقلة ، أما

فى حالات المسارات الحرجة المرتبطة ( أى التى يربط بينها نشاط مشترك ) فيكفى فى هذه الحالة تخفيض وقت نشاط ما على أى من المسارات الحرجة المرتبطة . والمثال التالى يصور حاله شبكة جميع المسارات فيها تستلزم نفس الوقت ( أى كلها مسارات حرجة ) وبيان احتمالات تخفيض وقت التنفيذ :



شكل رقم ( ٨ )
شبكة ذات مسارات حرجة متعددة

فى الشبكة السابقة نجد المسارات الآتية :

| المسار | الوقت اللازم للانتهاء منه |
|---|---|
| ١ – ٢ – ٥ – ٨ – ٩ | ١٥ يوم |
| ١ – ٣ – ٥ – ٨ – ٩ | ١٥ يوم |
| ١ – ٣ – ٦ – ٧ – ٨ – ٩ | ١٥ يوم |
| ١ – ٣ – ٤ – ٧ – ٨ – ٩ | ١٥ يوم |
| ١ – ٣ – ٤ – ٦ – ٧ – ٨ – ٩ | ١٥ يوم |

وفى هذه الحالة فإنه يمكن تخفيض الوقت الكلى للمشروع من خلال تخفيض وقت الأنشطة التالية :

- نشاط ( ٨ ، ٩ )
- نشاط ( ١ ، ٢ ) و ( ١ ، ٣ )

- نشاط ( ٥ ، ٨ ) و ( ٦ ، ٧ ) و ( ٤ ، ٧ )
- نشاط ( ١ ، ٢ ) و ( ٣ ، ٥ ) و ( ٣ ، ٦ ) و ( ٣ ، ٤ )
- نشاط ( ٢ ، ٥ ) و ( ٣ ، ٥ ) و ( ٤ ، ٦ ) و ( ٤ ، ٧ ) و (٣ ، ٦)

**كيفية تحديد المسار الحرج :**

يتطلب تحديد المسار الحرج أن يتم تحديد أوقات بداية ونهاية كل نشاط. وكما سبق أن ذكرنا أنه بالنسبة لكل نشاط يمكن أن نحدد الأوقات الأربعة الآتية :

- الوقت المبكر لبداية النشاط
- الوقت المبكر لنهاية النشاط
- الوقت المتأخر لبداية النشاط
- الوقت المتأخر لنهاية النشاط

- ويتم تحديد الوقت المبكر لبداية النشاط الأول فى الشبكة ( أى الذى لا يسبقه أى نشاط آخر ) وهو نفس وقت بداية المسروع . وعادة يعطى الرمز صفر لهذه البداية ( أى هى ساعة الصفر حين يبدأ المشروع ) . ولحساب الوقت المبكر لنهاية النشاط يضاف على وقت بدايته المبكر الزمن اللازم لتنفيذ النشاط كالآتى :

إذا كان الوقت المبكر للنشاط ا = صفر

وكان الزمن المتوقع أن يستغرقه ا = ١٤ يوم

∴ الوقت المبكر لنهاية النشاط ا = صفر + ١٤ = ١٤

ثم يحسب الوقت المبكر للبداية والنهاية بالنسبة للأنشطة التالية على أساس اعتبار الوقت المبكر لنهاية النشاط ( ا ) على أنه الوقت المبكر لبداية النشاط التالى له . وبذلك فان النشاط (ب) مثلا والذى يلى ( ا ) تماما تتحدد أوقاته المبكرة كالآتى :

الوقت المبكر لبداية (ب) = الوقت المبكر لنهاية ( ا ) = ١٤

الوقت المتوقع أن يستغرقه النشاط (ب) = ٧ أيام

∴ الوقت المبكر لنهاية النشاط (ب) = ١٤ + ٧ = ٢١

وذلك يعنى أن الوقت المبكر لنهاية النشاط (ب) هو ٢١ يوما بعد بداية البرنامج أو المشروع .

وهكذا نستمر فى تحديد الأوقات المبكرة لبداية ونهاية الأنشطة فى اتجاه أمامى Foreward pass حتى نصل إلى نهاية الشبكة ويكون الوقت المبكر لنهاية آخر نشاط فى الشبكة ( أى النشاط الذى ينتهى فى حدث النهاية) هو وقت انتهاء المشروع كله ويرمز له بالحرف T .

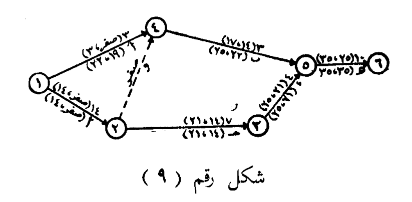
وليس يكفى حساب الوقت المبكر لبداية ونهاية كل نشاط ، بل من المطلوب أيضا حساب الوقت المتأخر لبداية النشاط والوقت المتأخر لنهايته . وحكمه حساب الوقت المتأخر ، أن أسلوب الشبكة يوفر للإدارة حرية الحركة فى تنفيذ المشروعات من خلال زيادة المدة المقررة لأداء بعض الأنشطة خارج المسار الحرج ودون أن يؤدى ذلك إلى تأخير وقت الانتهاء من المشروع ككل . ولكن السؤال هو إلى أى مدى تستطيع الإدارة الالتجاء إلى هذا الإجراء ؟ للإجابة على هذا التساؤل يلزم إذن معرفة الوقت المتأخر لبداية ونهاية كل نشاط .

ويعرف الوقت المتأخر لبداية النشاط Late Start(LS) بأنه آخر موعد

يمكن بدء النشاط فيه دون أن يؤدى ذلك إلى تأخير نهاية المشروع .وبالتالى فان الوقت المتأخر لنهاية النشاط Late Finish (LF) هو عبارة عن الوقت المتأخر للبداية مضافا إليه الوقت اللازم لإنهاء النشاط .

∴ الوقت المتأخر للبداية (LS) = الوقت المتأخر للنهاية (LF) — فترة النشاط . ولحساب الأوقات المتأخرة لبداية ونهاية كل نشاط يتم العمل فى اتجاه عكسى Backward ( وذلك على عكس حالة حساب الأوقات المبكرة ) ويتحقق ذلك بأن نبدأ بآخر نشاط فى الشبكة ( الذى ينتهى فى حدث النهاية ) ويكون الوقت المتأخر لنهايته مساوياً لموعد انتهاء المشروع نفسه . فاذا فرض وكان موعد انتهاء المشروع هو ٣٥ يوما بعد البداية :

∴ فالوقت المتأخر لبداية النشاط الأخير = ٣٥ — الوقت اللازم لأداء النشاط . ويعتبر الوقت المتأخر لبداية نشاط ما هو الوقت المتأخر لنهاية النشاط السابق له . وتحسب الأوقات المتأخرة للبداية والنهاية لكل الأنشطة الأخرى بنفس الطريقة حتى نصل إلى النشاط الأول فى الشبكة . والمثال التالى يصور كيفية حساب الأوقات المبكرة والمتأخرة لشبكة وترجمتها فى جدول .




شكل رقم ( ٩ )

- الأرقام فوق الأسهم هى الأوقات المبكرة للبداية والنهاية على التوالى .
- الأرقام تحت الأسهم هى الأوقات المتأخرة للبداية والنهاية على التوالى .

جدول رقم ( ٣ )

حساب الأوقات المبكرة والمتأخرة لشبكة بيرت

| حدث البداية | حدث النهاية | فترة النشاط | الوقت المبكر | | الوقت المتأخر | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | للبداية ES | للنهاية EF | للبداية LS | للنهاية LF |
| ١ | ٤ | ٣ | صفر | ٣ | ١٩ | ٢٢ |
| ١ | ٢ | ١٤ | صفر | ١٤ | صفر | ١٤ |
| ٢ | ٤ | صفر | ١٤ | ١٤ | ٢٢ | ٢٢ |
| ٢ | ٣ | ٧ | ١٤ | ٢١ | ١٤ | ٢١ |
| ٤ | ٥ | ٣ | ١٤ | ١٧ | ٢٢ | ٢٥ |
| ٣ | ٥ | ٤ | ٢١ | ٢٥ | ٢١ | ٢٥ |
| ٥ | ٦ | ١٠ | ٢٥ | ٣٥ | ٢٥ | ٣٥ |

**الوقت الفائض** Slack

بالنظر إلى الشبكة فى شكل رقم ( ٩ ) نجد أن بعض الأنشطة تتصف بخاصية أساسية هى أن الوقت المبكر لبدايتها يساوى الوقت المتأخر لبدايتها ، كما أن الوقت المبكر لنهايتها يتفق والوقت المتأخر لنهايتها .

النشاط ١ — ٢
النشاط ٢ — ٣
النشاط ٣ — ٥
النشاط ٥ — ٦

ونلاحظ أن هذه الأنشطة جميعا تقع على المسار الحرج (١–٢–٣–٥–٦) وعلى العكس من ذلك فان باقى الأنشطة تتصف بكون الأوقات المبكرة لبدايتها تقل عن الأوقات المتأخرة لهذه البداية ، وأن الأوقات المبكرة لنهايتها تقل عن الأوقات المتأخرة لنهايتها . وهذا الفرق يطلق عليه اسم « فائض » Slack ويشير إلى أن النشاط يمكن أن تتأخر بدايته – ومن ثم نهايته – بقيمة الفرق أو الفائض دون أن تتأخر نهاية البرنامج . ويحسب الفائض كالآتى :

الفائض = الوقت المتأخر للبداية – الوقت المبكر للبداية

أو الفائض = الوقت المتأخر للنهاية – الوقت المبكر للنهاية

وبالتالى نستطيع استخلاص النتيجة الآتية :

> بالنسبة للأنشطة الحرجة (أى تلك الواقعة على المسار الحرج) لا يوجد وقت فائض على الإطلاق أو ما يسمى ZERO SLACK .

وحين ترغب الإدارة فى الإفادة من الوقت الفائض بتأخير بداية نشاط ما به فائض، فان معنى ذلك غالبا أن تتأخر بدايات الأنشطة التالية لذلك النشاط . إلا أنه فى بعض الأحيان يمكن تأخير بداية نشاط ما دون أن يؤدى ذلك إلى تأخير بداية أى نشاط آخر . وفى هذه الحالة يسمى الوقت الفائض باسم « الفائض الحر » Free Slack

ويمكن حساب الفائض الحر . . وفقا للقاعدة الآتية :

الفائض الحر لأى نشاط = الوقت المبكر لنهاية النشاط ــ الوقت الأكثر تبكيراً لأى من بدايات الأنشطة التالية له مباشرة .

مثال ذلك بالنسبة للنشاط ا فى الشبكة بالشكل رقم ٩ هناك فائض حر كالآتى :

الوقت المبكر لنهاية النشاط ا = ٣

الوقت المبكر لبداية النشاط التالى مباشرة (ب) = ١٤

∴ الفائض الحر للنشاط ا = ١٤ ــ ٣ = ١١

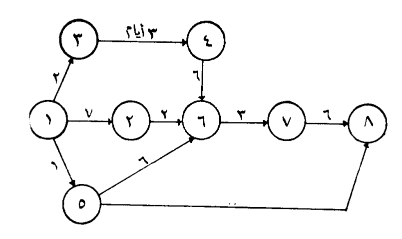
معنى هذا أن بداية النشاط ا يمكن أن تتأخر حتى اليوم الحادى عشر دون أن يؤثر ذلك على البداية المبكرة للنشاط التالى له مباشرة . ويلاحظ طبعا أن الفائض الحر لا يمكن أن يزيد عن إجمالى الفائض Total Slack بالنسبة للنشاط . من ناحية أخرى ، فانه ليس من المحتم أن يوجد فائض حر بالنسبة لكل الأنشطة التى تتمتع بفائض إجمالى بالنسبة للشبكة فى الشكل رقم (٩) فان النشاط الآخر الوحيد الذى به فائض حر هو النشاط (ب) .

وتبدو أهمية فكرة الفائض من أنها تعطى للإدارة حرية الحركة فى تحديد مواعيد بداية الأنشطة التى بها فائض ودون أن يؤثر ذلك على مواعيد انتهاء المشروع ككل . كذلك فان الفائض الحر يسمح للإدارة بتأخير بداية النشاط دون أن يؤثر ذلك على البداية المبكرة للأنشطة التالية مباشرة .

**ملحوظة هامة :**

فى حالة ما إذا كان تاريخ انتهاء المشروع محدد مسبقا وكان هذا التاريخ متأخراً عن الموعد الذى يحدده جدول الوقت للشبكة فان جميع الأنشطة فى الشبكة سيكون بها وقت فائض موجب بما فى ذلك الأنشطة الحرجة . أما إذا كان الموعد المحدد مسبقا مبكراً عن الموعد الذى يظهره جدول الوقت للشبكة ، فان جميع الأنشطة بما فى ذلك الأنشطة الحرجة سيكون بها وقت فائض سالب Negative Slack .

ولتأكيد الأفكار الخاصه بتحديد أوقات الأنشطة وحساب الوقت الفائض نعرض النموذج التالى :




ولحساب الأوقات وتحديد المسار الحرج يتم بناء الجدول التالى :

جدول رقم ( ٤ )

| حدث البداية | حدث النهاية | فترة النشاط | الأوقات المبكرة للبداية ES | الأوقات المبكرة للنهاية EF | الأوقات المتأخرة البداية LS | الأوقات المتأخرة النهاية LF | الفائض SLACK |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٢ | ٧ | صفر | ٧ | ٢ | ٩ | ٢ |
| ١ | ٣ | ٢ | صفر | ٢ | صفر | ٢ | صفر |
| ١ | ٥ | ١ | صفر | ١ | ٤ | ٥ | ٤ |
| ٢ | ٦ | ٢ | ٧ | ٩ | ٩ | ١١ | ٢ |
| ٣ | ٤ | ٣ | ٢ | ٥ | ٢ | ٥ | صفر |
| ٤ | ٦ | ٦ | ٥ | ١١ | ٥ | ١١ | صفر |
| ٥ | ٦ | ٦ | ١ | ٧ | ٥ | ١١ | ٤ |
| ٥ | ٨ | ١١ | ١ | ١٢ | ٩ | ٢٠ | ٨ |
| ٦ | ٧ | ٣ | ١١ | ١٤ | ١١ | ١٤ | صفر |
| ٧ | ٨ | ٦ | ١٤ | ٢٠ | ١٤ | ٢٠ | صفر |

∴ المسار الحرج هو ( ١ – ٣ – ٤ – ٦ – ٧ – ٨ ) وهو المسار الذى لا يوجد للأنشطة الواقعة عليه أى فائض .

## الفصل الثانى

# نموذج بيرت

# The Pert Model

بعد أن استعرضنا فى الفصلين السابقين الأفكار الأساسية المتعلقة بشبكات بيرت والمسار الحرج ، اتضحت لنا بعض مظاهر الإتفاق بين الأسلوبين وأهمها :

- استخدام الشبكة كتعبير عن الأنشطة وعلاقاتها التتابعية .
- فكرة المسار الحرج والأنشطة الحرجة .
- فكرة الوقت الفائض واستخداماتها الإدارية .

غير أن هناك بعض الإختلافات الأساسية بين أسلوبى بيرت والمسار الحرج تبرر الدراسة المنفصلة لكل منهما لبيان الانعكاسات الإدارية لتلك الاختلافات . ونبدأ فى هذا الفصل بدراسة نموذج بيرت ثم نعرض فى الفصل القادم لأسلوب المسار الحرج .

إن محل التركيز الأساسى فى أسلوب بيرت هو عنصر الوقت وما قد تتعرض له المشروعات موضع التخطيط والجدولة من عناصر التغيير وعدم التأكد Uncertainty . ومن ثم يهتم أسلوب بيرت باحتواء عنصر عدم التأكد وإتاحة الفرصة للإدارة للوصول إلى تقدير سليم لإمكانيات تنفيذ البرامج فى أوقاتها الأكثر إحتمالا .

وتنشأ مشكلة عدم التأكد فى المشروعات والبرامج التى يعالجها أسلوب بيرت من أسباب مختلفة أهمها :

- التطور والتقدم العلمى المستمرين بما يغير من المفاهيم الأساسية التى

تبنى عليها البرامج خاصة فى المجالات الإنتاجية ومشروعات البحث وتنمية المنتجات والاختراعات الحديثة .

* التطور والتقدم التكنولوجى المستمر والسريع الذى يغير من أسس جدولة البرامج ونوعية الموارد المستخدمة والأوقات اللازمة للتنفيذ .

ويعالج بيرت هذه المشكلة من خلال تقدير ثلاثة أنواع من التقديرات الزمنية لكل نشاط فى شبكة الأنشطة هى :

* التقدير المتفائل Optimistic Estimate .
* التقدير المتشائم Pessimistic Estimate .
* التقدير الأكثر إحتمالا Most Probable Estimate .

والتقدير المتفائل يشير إلى الوقت اللازم لإنهاء النشاط إذا كانت الظروف كلها إيجابية ومواتية ( if everything goes right ) وهو يمثل بذلك الحد الأدنى من الوقت الذى يمكن أن يستغرقه النشاط . أما التقدير المتشائم فيشير إلى تقدير أكثر تحفظاً لتوقع أنواع من المشكلات والمعوقات التى تجعل احتمالات التنفيذ أقل تفاؤلا . والمقصود بأنواع المشكلات والمعوقات التى تؤخذ فى الاعتبار لتحديد التقدير المتشائم تلك المشكلات الناشئة عن طبيعة النشاط ذاته وما يحيط به من ظروف وإمكانيات ، ومن ثم فإن التشاؤم فى تقدير الوقت لا يصدر إذن عن كوارث أو أسباب غير عادية .

أما التقدير الأكثر احتمالا فهو الوقت الذى يتوقع أكثر الخبراء أن النشاط يمكن فعلا أن يتم خلاله .

وحين إعداد شبكات بيرت وما يترتب عليها من حسابات للوقت وتحديد للمسار الحرج ، فإنه يلزم إذن الرجوع إلى الخبراء والإخصائيين فى كل نوع من أنواع النشاط لتقديم تقديراتهم . وقد يستخدم فى بعض الأحيان أسلوب تجميع التقديرات من مجموعات من الخبراء وأخذ متوسطات تلك

التقديرات ، أو أن يعطى كل خبير تقديراته منفرداً ، ثم يشترك مع آخرين لإعطاء تقديرات جماعية ثم تؤخذ متوسطات التقديرات الفردية والجماعية وهو ما يعرف باسم .Delphi Technique

وأيًّا كان الأسلوب الذى يتم به الحصول على تقديرات الوقت فإن المطلوب استخراج تقدير معين للوقت الذى يتوقع فعلا أن يستغرقه النشاط أى Expected Time.

وقد اتفق المروجون الأوائل لأسلوب بيرت على أن الوقت المتوقع يجب أن يكون مساوياً للمتوسط الحسابى المرجح بالأوزان لتقديرات الوقت الثلاث. وقد رجح لديهم أن الأوزان التالية يمكن أن تكون تعبيراً عن احتمالات حدوث كل من تلك التقديرات :

| تقدير الوقت | احتمال الحدوث ( الوزن ) |
|---|---|
| المتشائم | ١ |
| الأكثر احتمالا | ٤ |
| المتفائل | ١ |

وبالتالى يصير حساب الوقت المتوقع وفقاً للقاعدة الآتية :

الوقت المتوقع = (المتشائم + ٤ (الأكثر احتمالا) + المتفائل) / ٦

أو

$$te = \frac{to + 4tm + tp}{6}$$

حيث :

te = تقدير الوقت المتوقع

to = تقدير الوقت المتشائم

tm = تقدير الوقت الأكثر احتمالا

tp = تقدير الوقت المتفائل

وتستخدم صيغة خاصة لحساب الانحراف المعيارى لاختبار درجة التغير فى تقديرات الوقت المتشائمة والمتفائلة وبعدها عن الوقت الأكثر احتمالا وهذه الصيغة كالتالى :

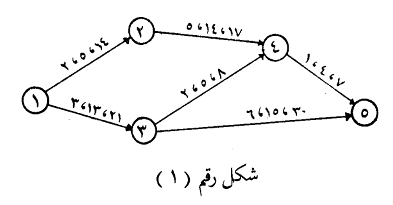
الانحراف المعيارى للوقت = (التقدير المتشائم — التقدير المتفائل) / ٦

أو

$$St = \frac{tp - to}{6}$$

فلو كانت التقديرات المتاحة عن أحد الأنشطة هى ١٢ ، ٨ ، ٦ للمتشائم ، الأكثر احتمالا ، والمتفائل على التوالى ، فإن الانحراف المعيارى لها هو (١٢ — ٦) / ٦ = ١ . من ناحية أخرى ، فلو كانت التقديرات المعطاة هى ١٠ ، ٨ ، ٦ فإن الانحراف المعيارى = (١٠—٦) / ٦ = ٢ / ٣ بما يعنى أن احتمال اختلاف الوقت الفعلى للنشاط عن الوقت الذى يقدر فى الشبكة أكبر فى الحالة الأولى عنه فى الحالة الثانية .

والمثال التالى يصور تطبيق الأفكار السابقة بالنسبة لشبكة محددة .




شكل رقم ( ١ )

يلاحظ على الشبكة السابقة أن تقديرات الوقت الثلاث مكتوبة فوق كل نشاط على الترتيب الآتى . المتشاءم ، الأكثر احتمالا ، المتفائل وباستخدام معادلات بيرت أمكن التوصل إلى الجدول التالى :

جدول رقم ( ١ )

حسابات الوقت لشبكة بيرت

| النشاط | الوقت المتوقع | الانحراف المعيارى | التباين× |
|---|---|---|---|
| ١ — ٢ | ٦ | ٢ | ٤ |
| ١ — ٣ | ١٢ | ٣ | ٩ |
| ٢ — ٤ | ١٣ | ٢ | ٤ |
| ٣ — ٤ | ٥ | ١ | ١ |
| ٤ — ٥ | ٤ | ١ | ١ |
| ٣ — ٥ | ١٦ | ٤ | ١٦ |

× التباين Variance = مربع الانحراف المعيارى

يتضح من الجدول السابق أن المسار الحرج هو المسار ١ — ٣ — ٥ والوقت المتوقع له = ١٢ + ١٦ = ٢٨ والتباين لهذا المسار الحرج = ٩ + ١٦ = ٢٥ أى أنه يرتبط بانحراف معيارى ٥ .

ويجدر أن نذكر أن حسابات الأوقات المبكرة والمتأخرة لبداية ونهاية كل من أنشطة الشبكة تم بعد احتساب الوقت المتوقع وفقاً للأسلوب العادى ومنها يتضح وجود الوقت الفائض من عدمه .

واستناداً إلى الفرض القائل بأن الوقت المتوقع للمشروع Te ( مجموع الوقت المتوقع لكل أنشطة المشروع ) ، يخضع للتوزيع الطبيعى Normal Distribution فإن الانحراف المعيارى للمشروع يمكن تفسيره كالآتى :

* هناك احتمال ٦٨٪ أن وقت المشروع الفعلى يقع بين حدين هما الوقت المتوقع للمشروع ± انحراف معيارى واحد .

هناك احتمال ٩٥ ٪ أن وقت المشروع الفعلى يقع بين حدين هما الوقت المتوقع للمشروع ± انحرافين معيارين .

* هناك احتمال ٩٩,٧ ٪ أن وقت المشروع الفعلى يقع بين حدين هما الوقت المتوقع للمشروع ± ٣ انحراف معيارى .

فإذا عبرنا عن عدد الإنحرافات المعيارية بين الوقت المحدد للمشروع والوقت المتوقع له بالرمز ر

علماً بأن ر يمكن احتسابها من المعادلة ر = $\frac{\text{الوقت المحدد} - \text{الوقت المتوقع}}{\text{الانحراف المعيارى للمشروع}}$

فإن الجدول التالى يوضح احتمالات أن يتم المشروع فى الوقت المحدد له .

**ملحوظة هامة :**

الانحراف المعيارى لوقت المشروع ككل هو مجموع الانحرافات المعيارية لأوقات الأنشطة على المسار الحرج = $S_T$ . وكلما كان $S_T$ أكبر كلما كان من المحتمل أن يختلف وقت التنفيذ الفعلى عن الوقت المقدر فى الشبكة .

جدول رقم ( ٢ )جدول احتمالات تحقق المشروعات فى مواعيدها المحددة

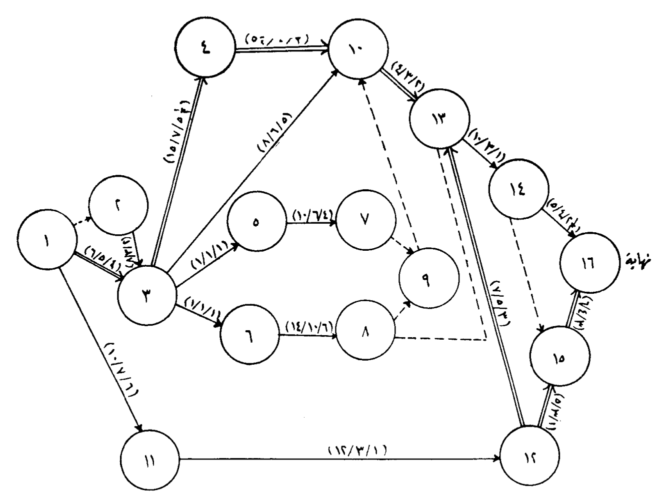
| ز | احتمال تحقق المشروع فى الموعد المحدد |
|---|---|
| ٣ | ٩٩٩ر |
| ٢ر٨ | ٩٩٧ر |
| ٢ر٦ | ٩٩٥ر |
| ٢ر٤ | ٩٩٢ر |
| ٢ر٢ | ٩٨٦ر |
| ٢ر— | ٩٧٧ر |
| ١ر٨ | ٩٦٤ر |
| ١ر٦ | ٩٤٥ر |
| ١ر٤ | ٩١٩ر |
| ١ر٢ | ٨٨٥ر |
| ١ر— | ٨٤١ر |
| ٨ر | ٧٨٨ر |
| ٦ر | ٧٢٦ر |
| ٤ر | ٦٥٥ر |
| ٢ر | ٥٧٩ر |
| صفر | ٥٠٠ر |
| —٢ر | ٤٢١ر |
| —٤ر | ٣٤٥ر |
| —٦ر | ٢٧٤ر |
| —٨ر | ٢١٢ر |
| ١ر٠— | ١٥٩ر |
| ١ر٢— | ١١٥ر |
| ١ر٤— | ٠٨١ر |
| ١ر٦— | ٠٥٥ر |
| ١ر٨— | ٠٣٦ر |
| ٢ر— | ٠٢٣ر |
| ٢ر٢— | ٠١٤ر |
| ٢ر٤— | ٠٠٨ر |
| ٢ر٦— | ٠٠٥ر |
| ٢ر٨— | ٠٠٣ر |
| ٣ر٠— | ٠٠١ر |

المصدر : Wiest and Levy. op. cit pp. 45—47

نموذج لشبكة أعمال تخطيط

عملية إدخال سلعة

جديدة إلى السوق




شكل رقم (٢)

ـــــــــ المسار الحرج

. . . . . . . أنشطة وهمية

( الأرقام بين قوسين هي تقديرات الوقت لكل نشاط ( المتفائل ، الأرجح ، المتشائم )

**وصف الأنشطة**

١ — ٢ نشاط وهمى
١ — ٣ تخطيط طريقة العمل
١ — ١١ تحضير المادة الإعلانية
٢ — ٣ تحديد معدات الإنتاج
٣ — ٤ تصميم المعدات
٣ — ٥ طلب جزء من مستلزمات الإنتاج
٣ — ٦ طلب الجزء الثانى من المستلزمات
٣ — ١٠ استلام معدات الإنتاج
٤ — ١٠ تجربة المعدات
٥ — ٧ استلام الجزء الأول من المواد
٦ — ٨ استلام الجزء الثانى من المواد
٧ — ٩ نشاط وهمى

٧ — ١٣
٨ — ٩
٨ — ١٣
٩ — ١٠
} أنشطة وهمية

١٠ — ١٣ تصنيع أجزاء السلعة
١١ — ١٢ اعتماد مواد الإعلان
١٢ — ١٥ طباعة مواد الإعلان
١٣ — ١٢ إعداد عينات
١٣ — ١٤ تعديل المعدات
١٤ — ١٥ وهمى
١٤ — ١٦ إنتاج الدفعة الأولى
١٥ — ١٦ توزيع نشرات الإعلان

## نموذج بيرت للنفقات

PERT COST

يبدو من استعراض نموذج بيرت الأساسى أن محل التركيز فيه هو تقدير الوقت اللازم لأنهاء مشروع معين ، كذلك فان بيرت يعطى للادارة فرصة استخدام أسلوب متطور لجدولة أنشطة المشروع وتحديد تواريخ بداية ونهاية لكل نشاط . وبالتالى فان الإدارة تكون فى موقف يسمح لها برقابة المشروع ومتابعته من خلال مؤشر الوقت ومدى التوافق بين الوقت الفعلى المستنفذ فى أداء الأنشطة وبين الوقت المقدر لها .

ولكن أثيرت اعتراضات حول تركيز بيرت على الوقت فقط ، حيث أن هناك عوامل ومتغيرات أخرى فى إدارة المشروعات يجب أن يشملها التخطيط وتخضع للرقابة إلى جانب الوقت . ولعل من أهم المتغيرات التى تحدد كفاءة الأداء وقيمة الإنجاز فى أى مشروع هو النفقات cost التى تنفق فى أداء كل من أنشطة المشروع وصولا إلى تحقيق أهدافه الكلية .

ومن ثم فقد نشأت الحاجة إلى إدخال عناصر النفقات فى النموذج الأساسى لبيرت حيث أن رقابة النفقات تمثل أحد الاهتمامات الرئيسية للادارة الحديثة . وقد جاء الاستخدام الأساسى لفكرة شبكة بيرت للنفقات PERT من جانب وزارة الدفاع الأميركية ووكالة أبحاث الفضاء NASA فى سنة ١٩٦٢ .[١] وقد حتمت الوزارة ووكالة أبحاث الفضاء على كل الشركات المتعاملة معهما استخدام هذا الأسلوب الجديد كشرط لقبول التعامل معها . إن استخدام شبكة بيرت للنفقات يستتبع بالضرورة تغيير نظام حسابات التكاليف فى

(١) Wiest and Levy, op. cit., p, 82.

المشروع تغييراً جذرياً وإن كان يضيف طاقات هائلة تساعدا لإدارة فى اتخاذ قراراتها على أسس سليمة .

**المنطق الأساسى فى شبكة بيرت للنفقات :**

إن المنطق الأساسى فى تكوين شبكات بيرت للنفقات هو أن الرقابة على التكاليف تتم بطريقة أكثر فعالية ودقة إذا كانت التكاليف محسوبة على أساس المشروع ( أو النشاط فى الأساس ) . بمعنى أن الأساس فى حساب التكلفة هو المشروع المتكامل ( أو مجموعات الأنشطة التى تكون مشروعاً ما ، بحيث يصبح مركز التكلفة Cost Center الأساس هو النشاط Activity ) ويختلف هذا المنطق بطريقة واضحة عن منطق محاسبة التكاليف المعتادة التى تتخذ من التقسيمات الإدارية أو الوحدات التنظيمية أساساً لتجميع وحساب التكلفة . فعلى سبيل المثال نجد أن التكاليف توزع فى كثير من نظم التكاليف على أساس الإدارات والأقسام كإدارة الإنتاج وإدارة التسويق وهكذا . على العكس من هذا نجد أن شبكة بيرت للنفقات تقوم على أساس تخصيص تكاليف كل نشاط على حدة بمنطق أن الشخص المسئول عن أداء النشاط يجب أن يكون مسئولا فى ذات الوقت عن تكلفته . وتطبيق هذا المنطق يجعل فى الإمكان حصر التكاليف الفعلية ومقارنتها بالتكاليف المقدرة لكل نشاط ومن ثم يسهل تحديد الأنشطة التى تجاوز الإنفاق فيها الحدود المقررة .

ويبدو الفارق بين أسلوبى حساب التكاليف من استعراض الأرقام التى تصورها قائمة تكاليف نمطية كالآتى :

قائمة تكاليف عن فترة .....

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| مواد خام | ١٠٠,٠٠٠ | ح . م | | |
| أجور مباشرة | ٣٠,٠٠٠ | ح . م | | |
| مصروفات صناعية | ٥٠,٠٠٠ | ح . م | | |
| إجمالى م . صناعية | | | ١٨٠,٠٠٠ | ح . م |
| + مصروفات إدارية | | | ٦٠,٠٠٠ | ح . م |
| | | | ٢٤٠,٠٠٩ | ح . م |

قد نتج عن هذا الإنفاق إنتاج نوعين من المنتجات ا ، ب يستلزم إنتاج كل منهما عدداً من العمليات الانتاجية المختلفة واستخدام آلات ومعدات متباينة ، وعرض التكاليف بالشكل السابق لا يمكن الإدارة من تحقيق رقابة فعالة على تكاليف الإنتاج أو التكاليف الإدارية ، فقد تكون نسبة أعلى من مصروفات الإدارة مستغرقة مثلا فى أنشطة تتعلق بالمنتج (ب) ومع ذلك فإن المنتج ( ا ) يحمل بجانب غير متناسب من تلك النفقات . كذلك الأمر بالنسبة للمصروفات الصناعية .

ولكن إتخاذ النشاط كأساس لحساب التكاليف ومراقبتها يحقق درجة أعلى من الفعالية فى ضبط النفقات cost control . ولعل الفارق بين أسلوبى التكلفة يشابه إلى درجة كبيرة الفارق بين أسلوب الموازنة العامة العادية التى تخصص الاعتمادات فيها على أساس بنود كالأجور والمرتبات ( باب أول ) والمصروفات العمومية ( باب ثان ) ، والاستثمارات ( باب ثالث ) من ناحية، وميزانية البرامج والأداء Piogram & Performance Budget التى يتم تخصيص الاعتمادات فيها على أساس مشروعات Progect وما يحتويه كل مشروع من أعمال وأنشطة .

وليس من شك أن أسلوب بيرت للنفقات يتلازم بدرجة عالية مع طبيعة العمل فى شركات المقاولات والإنشاء والترسانات ( شركات بناء السفن ) وغيرها من الشركات التى تقوم أساساً على الإنتاج بالطلبية To order ، كذلك يمكن مواءمة النظام لشركات الإنتاج المستمر ، كالشركات الصناعية .

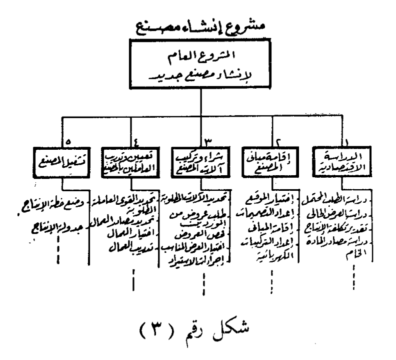
ومن ثم نستطيع تحديد المتطلبات الأساسية الآتية للنجاح فى تطبيق نظام بيرت النفقات :

• أن يكون التنظيم الإدارى للشركة قائماً على أساس مشروعات Project Oriented بدلا من التنظيم الوظيفى المعتاد Functional Organization والذى يقسم الشركة إلى إدارات وأقســام يختص كل منها بوظيفة معينة .

• أن يكون فى المستطاع توزيع النفقات الثابتة ( غير المباشرة ) لأوجه النشاط المختلفة بدرجة عالية من الدقة والتفصيل بحيث يتحمل كل نشاط نصيبه تماماً من إجمالى التكاليف ( متغيرة + ثابتة ) وهذا يتطلب بالتالى تطوراً أساسياً فى نظم محاسبة التكاليف المستخدمة .

ولإمكان استخدام أسلوب بيرت للنفقات فإنه يجب تقسيم المشروع الاجمالى إلى أنشطة ثم تعين تكلفة كل نشاط . وتتم هذه العملية من خلال عدد من المحاولات التنازلية التى تستمر فى تقسيم المشروع من وحدات عمل كبيرة إلى وحدات أصغر منها حتى تصل إلى أدنى تقسيم ممكن للنشاط والذى يعتبر مركز التكلفة الأساسى كما يتضح من الشكل كالآتى :

يتضح من الشكل الاتى أن المشروع قد قسم إلى عدد من الأنشطة الرئيسية ( ١ ...... ٥ ) ثم يقسم كل نشاط رئيسى إلى الأنشطة الفرعية المكونة له مثال ذلك نشاط الدراسة الاقتصادية المشروع ( ١ ) يمكن تقسيمه إلى الأنشطة الفرعية الآتية :




شكل رقم ( ٣ )

* دراسة الطلب المحتمل وتقدير المبيعات المتوقعة حال قيام المشروع .

* دراسة العرض الحالى من المنتجات المثيلة سواء محليا أو خارجيا .

* تقدير تكلفة الإنتاج واحتمالات نجاح المشروع فى تقديم السلعة بالأسعار المناسبة .

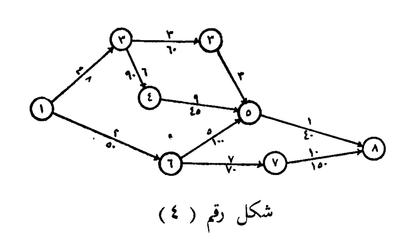
* دراسة مصادر المواد الخام ومدى توافرها محليا .

وهكذا يصير تقسيم كل من تلك الأنشطة الفرعية إلى أنشطة جزئية أكثر تفرعا حتى نصل إلى النشاط الأساسى فى كل مجال ويصير اتخاذه كمركز للتكلفة . ويجب أن نشير إلى ملاحظة أساسية هى أن شبكة بيرت للنفقات تفترض أن تكلفة أى نشاط تنفق بمعدل ثابت خلال الزمن مثال ذلك لو كان النشاط يتكلف ثلاثة آلاف جنيه ويستمر لمدة ٣ شهور فمعنى هذا أن الانفاق يتم بمعدل ألف جنيه شهريا . وحيث لا يتوفر هذا الافتراض

فى بعض الأنشطة يصير تقسيم النشاط إلى أكثر من نشاط تتوفر فى كل منها فكرة معدل الانفاق الثابت .

وبذلك نصل إلى الميزة الأساسية لأسلوب بيرت للنفقات وهى إدماج تقديرات الوقت والنفقة لكل نشاط على شبكة الأعمال كما يتضح من الشكل الآتى :

شبكة بيرت موضح عليها تقديرات
النفقات لكل نشاط




شكل رقم ( ٤ )

ويلاحظ من هذا الشكل أن كل سهم قد كتب أعلاه رقم يمثل الوقت المتوقع لإنهاء النشاط ، ورقم آخر تحته يعبر عن تكلفة النشاط المقدرة بآلاف الجنيهات . وبناء على المعلومات الموضحة بالشبكة يمكن إعداد جدول تقديرات بيرت الآتى :

فإذا نظرنا إلى الشبكة فى الشكل السابق يمكن أن نحدد المسار الحرج بأنه المسار ( ١ — ٢ — ٥ — ٨ ) وطوله عشرين شهراً . ويمكن أن نحتسب من الجدول الآتى الانفاق الشهرى والمتراكم بتقدم تنفيذ المشروع بافتراض أن الأنشطة سوف تبدأ فى بدايتها المبكرة ، كما يمكن احتساب

جدول رقم (٣)

جدول بالأوقات والنفقات لشبكة بيرت

| النشاط | فترة النشاط بالشهر | البداية المبكرة ES | البداية المتأخرة LS | التكلفة الكلية بآلاف الجنيهات | التكلفة فى الشهر بآلاف الجنيهات |
|---|---|---|---|---|---|
| ١ — ٢ | ٤ | صفر | صفر | ٨٠ | ٢٠ |
| ٢ — ٣ | ٢ | ٤ | ١٤ | ٦٠ | ٣٠ |
| ٢ — ٤ | ٦ | ٤ | ٤ | ٩٠ | ١٥ |
| ٣ — ٥ | ٣ | ٦ | ١٦ | ٧٥ | ٢٥ |
| ٤ — ٥ | ٩ | ١٠ | ١٠ | ٤٥ | ٥ |
| ١ — ٦ | ٢ | صفر | ١ | ٥٠ | ٢٥ |
| ٦ — ٥ | ٥ | ٢ | ١٤ | ١٠٠ | ٢٠ |
| ٦ — ٩ | ٧ | ٢ | ٣ | ٧٠ | ١٠ |
| ٥ — ٨ | ١ | ١٩ | ١٩ | ٤٠ | ٤٠ |
| ٧ — ٨ | ١٠ | ٩ | ١٠ | ١٥٠ | ١٥ |

نفس حسابات التكلفة بافتراض البدايات المتأخرة كما يتضح من الجدول التالى :

ويمكن تفسير كيفية تركيب الجدول رقم (٤) كالآتى :

• فى الشهر الأول من بدء المشروع نجد أن النشاط (١— ٢) ويتكلف عشرين ألف جنيه شهرياً ، والنشاط (١ — ٦) ويتكلف خمسة وعشرون ألفاً من الجنيهات شهرياً هما النشاطين موضع التنفيذ ، ومن ثم فإن مجموع ما ينفق فى الشهر الأول يبلغ خمسة وأربعين ألف جنيه ، ويستمر نفس الوضع

جدول رقم ( ٤ )

الانفاق الشهرى والمتراكم بتقدم التنفيذ للمشروع

| الشهر | الانفاق للبداية المبكرة | | الانفاق للبداية المتأخرة | |
|---|---|---|---|---|
| | للشهر | المتراكم | للشهر | المتراكم |
| ١ | ٤٥ | ٤٥ | ٢٠ | ٢٠ |
| ٢ | ٤٥ | ٩٠ | ٤٥ | ٦٥ |
| ٣ | ٥٠ | ١٤٠ | ٤٥ | ١١٠ |
| ٤ | ٥٠ | ١٩٠ | ٣٠ | ١٤٠ |
| ٥ | ٧٥ | ٢٦٥ | ٢٥ | ١٦٥ |
| ٦ | ٧٥ | ٣٤٠ | ٢٥ | ١٩٠ |
| ٧ | ٧٠ | ٤١٠ | ٢٥ | ٢١٥ |
| ٨ | ٥٠ | ٤٦٠ | ٢٥ | ٢٥٠ |
| ٩ | ٥٠ | ٥١٠ | ٢٥ | ٢٦٥ |
| ١٠ | ٣٠ | ٥٤٠ | ٢٥ | ٢٩٠ |
| ١١ | ٢٠ | ٥٦٠ | ٢٠ | ٣١٠ |
| ١٢ | ٢٠ | ٥٨٠ | ٢٠ | ٣٣٠ |
| ١٣ | ٢٠ | ٦٠٠ | ٢٠ | ٣٥٠ |
| ١٤ | ٢٠ | ٦٢٠ | ٢٠ | ٣٧٠ |
| ١٥ | ٢٠ | ٦٤٠ | ٧٠ | ٤٤٠ |
| ١٦ | ٢٠ | ٦٦٠ | ٧٠ | ٥١٠ |
| ١٧ | ٢٠ | ٦٨٠ | ٦٥ | ٥٧٥ |
| ١٨ | ٢٠ | ٧٠٠ | ٦٥ | ٦٤٠ |
| ١٩ | ٢٠ | ٧٢٠ | ٦٥ | ٧٠٥ |
| ٢٠ | ٤٠ | ٧٦٠ | ٦٥ | ٧٦٠ |

للشهر الثانى وبالتالى يكون إجمالى الإنفاق المتراكم فى نهاية الشهر الثانى تسعين ألف جنيه وهو الرقم الذى يبدو تحت خانة ( المتراكم ) أمام الشهر الثانى فى حالة بداية الأنشطة فى بداياتها المبكرة .

* فى بداية الشهر الثالث يبدأ النشاطان ( ٦ — ٥ ) ، ( ٦ — ٧ ) فى الحركة وحيث يتكلف النشاط الأول ٣٠ ألف جنيه شهرياً ، والنشاط الثانى عشرة آلاف جنيه شهريا ، فإن موقف الإنفاق فى الشهر الثالث يكون كالتالى :

النشاط ( ٦ — ٥ ) = ٢٠ ألف جنيه .

النشاط ( ٦ — ٧ ) = ١٠ ألف جنيه .

النشاط ( ١ — ٢ ) = ٢٠ ألف جنيه (مستمر من بداية العمل فى المشروع )

النشاط ( ١ — ٦ ) = صفر ( انتهى العمل فى نهاية الشهر الثانى )

إجمالى ٥٠ ألف جنيه

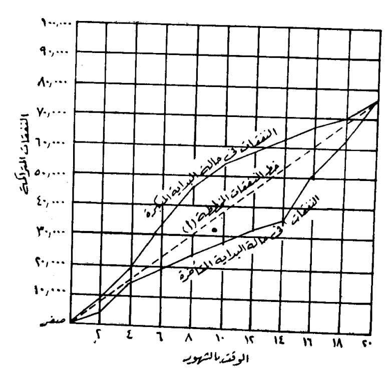
وللحصول على الإنفاق المتراكم حتى نهاية الشهر الثالث يضاف الإنفاق فى الشهر الثالث إلى الإنفاق فى الشهرين الأول والثانى :

أى ٥٠ + ٩٠ = ١٤٠ ألف جنيه وهكذا يتم تركيب باقى الجدول وبنفس المنطق بالنسبة للبدايات المتأخرة للأنشطة .

ولزيادة الفائدة من هذه البيانات يتم تصويرها فى رسم بيانى كالمبين بالشكل رقم ( ٥ ) :

من هذا الشكل يتضح أن إجمالى نفقات المشروع فى نهاية الأمر واحد ولكن يختلف الإنفاق الشهرى والنفقات المتراكمة من شهر لآخر حسب الموقف من حيث بداية الأنشطة فى بداياتها المبكرة أو المتأخرة .

إن هذا الأسلوب يمكّن الإدارة من رقابة النفقات رقابة دقيقة ومتابعتها مع التقدم فى تنفيذ المشروع . إن الإدارة تستطيع بهذا الأسلوب أن تحكم رقابتها على تكاليف تنفيذ الأنشطة فى ذات الوقت الذى تم فيه متابعة الأنشطة




شكل رقم (٥)

النفقات التراكمية للبدايات المبكرة والمتأخرة للأنشطة

على أساس زمنى . ويلاحظ فى الشكل السابق أن المساحة بين منحنى النفقات للبداية المبكرة ومنحنى النفقات للبداية المتأخرة تمثل مدى الحرية للإدارة فى تحديد ميزانيات الإنفاق على المشروع . ومن المفضل أن تتبع الإدارة أسلوب للإنفاق يتمثل فى شكل خط مستقيم من بداية المشروع إلى نهايته ويقع فى داخل المساحة الممكنة للإنفاق ( خط ا ) . ويتم تحقيق ذلك بتغيير بدايات الأنشطة بما يقرّب بين بداياتها المبكرة والمتأخرة .

وبديهى أن أسلوب بيرت للنفقات يجعل الإدارة فى موقف فعال لمراقبة تكاليف المشروعات من خلال مقارنة الإنفاق الفعلى بالإنفاق المقدر فى جدول بيرت . ومن ثم . يمكن تبين مدى التوافق بين الإنفاق الفعلى ومعدل التقدم فى

تنفيذ المشروع استناداً إلى افتراض التناسب الخطى بين الإنفاق وبين معدل تنفيذ النشاط مقاساً بالزمن المستنفذ فى أداءه .

فعلى سبيل المثال إذا كان أحد الأنشطة قد تم تنفيذ ٣٠ ٪ منه ، فإن المتوقع أن يكون الإنفاق على النشاط أيضاً بنفس النسبة .

ولكن إذا لاحظت الإدارة أن الإنفاق الفعلى قد بلغ ٥٠ ٪ من الميزانية المقدرة النشاط فان هذا يشير إلى احتمالات تجاوز الإنفاق المقدر ومن ثم تأخذ فى تحليل أسباب الإنحراف واتخاذ القرارات اللازمة لتصحيح الموقف .

وتقاس درجة انحراف الإنفاق الفعلى عن الإنفاق المقدر باستخدام العلاقة الآتية :

$$\text{نسبة التجاوز فى الإنفاق} = \frac{\text{الإنفاق الفعلى} - \text{قيمة الجزء الذى تم من النشاط}}{\text{قيمة الجزء الذى تم من النشاط}}$$

إذا كانت النسبة سالبة فان ذلك يدل على ضغط فى الإنفاق عن المقرر .
إضافة إلى هذه الأداة الرقابية الهامة لضبط التكاليف ، فما زال أسلوب بيرت للنفقات يحقق نفس الميزة الأصلية لنموذج بيرت وهى متابعة الأنشطة زمنياً وتقدير احتمالات تنفيذها فى مواعيدها المحددة أو المقدرة .

الفصل الثالث

# نموذج المسار الحرج

The CPM Model

يختلف نموذج المسار الحرج عن نموذج بيرت فى ناحيتين أساسيتين :

« أن نموذج المسار الحرج لا يأخذ فى الاعتبار عوامل عدم التأكد المؤثر فى تخطيط المشروعات وبالتالى يعتمد على تقدير واحد للوقت المتوقع لأى نشاط . بينما نجد أن أسلوب بيرت يعتمد على ثلاث تقديرات للوقت ويصل منها إلى تقدير الوقت المتوقع . من ذلك نستطيع أن نصف أسلوب المسار الحرج بأنه أسلوب ( محدد ) أو ( Deterministic ) بينما يتصف أسلوب بيرت بأنه ( احتمالى ) أو Probabilstic .

« أن نموذج بيرت فى الأساس يركز على عنصر الوقت ولا يهتم بعنصر النفقات ، وعلى العكس من ذلك فإن نموذج المسار الحرج يقدم أساساً للإفادة من العلاقات التبادلية بين الوقت من ناحية ، والنفقات من ناحية أخرى . ومن ثم فإن نموذج المسار الحرج يتيح للإدارة فرصة المقارنة بين بدائل مختلفة من توافيق الوقت والنفقة اللازمين لأى نشاط حسب الظروف المحيطة بعمليات التخطيط والتنفيذ .

واعتماداً على هذه الخاصية الثانية لأسلوب المسار الحرج ، فإن الإدارة يمكنها أن تقلل من فترة تنفيذ أى مشروع وذلك بإضافة مزيد من الموارد المطلوبة لبعض الأنشطة فى مقابل زيادة النفقات . أى أن المفاضلة تكون بين الوفر الناشىء من تنفيذ المشروع فى وقت أقل من المحدد له من ناحية ، وبين الزيادة فى النفقات المترتبة على استخدام موارد إضافية . مثال ذلك

لو كان النشاط ( ا ) يحتاج إلى عشرة عمال من مهنة معينة وينفذ فى خمسة أيام ، فيمكن خفض فترة التنفيذ إلى ثلاثة أيام لو زاد عدد العمال إلى أربعة عشر عاملا مثلا . وتصبح مشكلة الإدارة هى مقارنة الوفر الناشئ عن تخفيض مدة التنفيذ يومين بالزيادة فى النفقات الناشئة عن استخدام أربعة عمال إضافيين .

ويجب أن نوضح هنا أن عملية الإسراع crashing بتنفيذ بعض الأنشطة عن طريق استخدام كميات إضافية من الموارد لا تتم إلا بالنسبة للأنشطة الحرجة وهى التى تؤثر على موعد نهـاية المشروع إذ لا معنى للإسراع بتنفيذ الأنشطة غير الحرجة والتى تتمتع بفائض من الوقت حيث أن هذا الإسراع لن يترتب عليه التبكير بموعد انتهاء المشروع . من ناحية أخرى فإنه ليس من المحتم أن يتم الإسراع بكل الأنشطة الحرجة ، وإنما المنطق أن يتم الإسراع بالأنشطة الحرجة التى تكون أكثر تأثيراً فى إنهاء المشروع من ناحية ، ويكون الوفر الناشئ من هذا التبكير أعلى من الزيادة فى تكلفة النشاط .

**المنطق الأساسى فى الإسراع بالأنشطة :**

إن التكاليف المرتبطة بأى مشروع تتكون من نوعين أساسيين :

• التكلفة المباشرة للنشاط ( وهى متغيرة حسب مستوى النشاط ) وتشمل تكلفة المواد المباشرة والأجور المباشرة التى تخص النشاط بشكل مباشر . (Direct Costs) .

• التكلفة غير المباشرة ( الثابتة ) Overhead وتعبر عن أنواع التكاليف التى لا يمكن تخصيصها لنشاط معين بذاته ولا ترتبط ارتباطاً مباشراً بحجم أو مستوى النشاط العام للمشروع . ويشمل هذا النوع المصروفات الإدارية العامة وإيجارات المبانى والمستلزمات غير المباشرة وما إلى ذلك .

ومن الواضح أن التكلفة المباشرة للنشاط تزداد فى حالة الإسراع بأداء النشاط ، فى حين أن النفقات غير المباشرة تنخفض فى حالة تقصير فترة المشروع . وعلى هذا الأساس فإن نموذج المسار الحرج يقدم للإدارة الفرصة للموازنه بين البديلين الآتيين :

* تخفيض النفقات المباشرة عن طريق تقصير فترة النشاط .

* الإسراع بإنهاء المشروع من خلال زيادة الموارد المطلوبة للأنشطة الحرجة فى مقابل زيادة تكاليفها المباشرة .

ويتوقف القرار طبعاً على مدى العلاقة بين انخفاض النفقات الغير مباشرة وزيادة النفقات المباشرة . فكلما كانت الزيادة فى النفقات المباشرة أعلى من الوفر فى النفقات غير المباشرة ، لا يكون من المنطق محاولة الإسراع بتنفيذ بعض الأنشطة الحرجة . وعلى العكس من ذلك إذا ترتب على الإسراع بتنفيذ بعض الأنشطة الحرجة وفر فى النفقات غير المباشرة للمشروع يزيد عن الارتفاع فى النفقات المباشرة للأنشطة التى يتقرر الإسراع بها فإن القرار ولا شك سيكون فى صالح الإسراع (مع بقاء العوامل الأخرى على ما هى عليه ، بمعنى أنه ليس هناك متغيرات محل الاعتبار خلاف الوقت والنفقات ) .

ونكرر أن هذه الخاصية فى نموذج المسار الحرج تنشأ من افتراض أن العلاقة بين الوقت اللازم وبين النفقات هى علاقة خطية Linear بحيث تتغير النفقات تغيراً متناسباً مع كل تغير فى فترة تنفيذ النشاط .

وحين تحاول الإدارة الإفادة من منطق الإحلال والتبادل بين الوقت والنفقات وفقاً لنموذج المسار الحرج ، فإنها ستكون مقيدة ولا شك بالاعتبارات الفنية لأداء النشاط بحيث لا تتعدى الحد الأدنى من الوقت اللازم لأداءه . من ناحية أخرى فيجب أن نأخذ فى الاعتبار حقيقة هامة وهى أن أثر زيادة

الموارد المستخدمة فى أداء نشاط ما يميل إلى التناقص بعد مستوى معين بحيث قد يترتب على ذلك آثار سلبية على غيره من أوجه نشاط المشروع . بمعنى أن الإدارة فى سعيها لتخفيض فترة تنفيذ المشروع لا يجب أن تركز دراستها على علاقة الوقت بالنفقات فقط ، وإنما يجب أن تأخذ العديد من المتغيرات الفنية والتنظيمية والبشرية فى الاعتبار للوصول إلى القرار الأمثل .

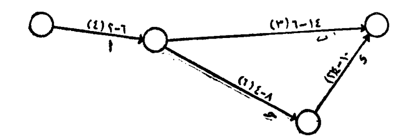
وبالنسبة لأى مشروع ، فان هناك حد أمثل للوقت المطلوب لتنفيذه Optimum Length حيث تتوفر فيه درجة من التوسط بين نفقات الأنشطة المباشرة المرتفعة إذا تناهت فترة التنفيذ فى القصر من ناحية ، وبين النفقات غير المباشرة المرتفعة للمشروع إذا تناهت فترة التنفيذ فى الطول . ومشكلة نموذج . المسار الحرج هى البحث عن هذا الحل الأمثل .

« المشكلة الأساسية فى نموذج المسار الحرج هى البحث عن الحل الأمثل لمشكلة التوفيق بين وقت تنفيذ المشروع من ناحية ونفقات التنفيذ المباشرة وغير المباشرة من ناحية أخرى »

والإجراء المنطقى فى حل هذه المشكلة من خلال نموذج المسار الحرج هو البدء بجدول توقيت المسار الحرج الذى تبتدأ فيه كل الأنشطة عند بدايتها المبكرة بمستوى نفقاتها العادية . ويعبر هذا الجدول عن الحد الأقصى لطول المشروع ثم تتم محاولات متكررة لخفض وقت المشروع باختيار الأنشطة الحرجة الواقعة على المسار الحرج والإسراع بها فى مقابل زيادة نفقاتها المباشرة ( نفقة الاسراع Crash Cost ) على أساس اختيار النشاط ذى النفقة الأقل لوحدة الزمن . وتستمر هذه المحاولات حتى نصل إلى الحل الأمثل أى الحل الذى يصبح تخفيض وقت المشروع بعده مرتبطاً بزيادة فى التكاليف الإجمالية للمشروع نتيجة لانخفاض

الوفر فى النفقات غير المباشرة عن الزيادة فى النفقات المباشرة للأنشطة التى تقرر الإسراع بها .

والمثال التالى يوضح المنطق الأساسى لنموذج المسار الحرج :




( شكل ١ )

ومعانى الأرقام فوق الأسهم كالآتى :

الرقم الأول (٦ مثلا بالنسبة للنشاط أ ) = الوقت الطبيعى لإنهاء النشاط باليوم .

الرقم الثانى ( ٢ مثلا بالنسبة للنشاط أ ) = الوقت الذى يمكن إنهاء النشاط فيه فى حالة الإسراع بإضافة موارد جديدة .

الرقم الثالث بين قوسين ( ٤ ) فى حالة النشاط أ = معدل الزيادة فى النفقات المباشرة يومياً فى حالة الإسراع بالجنيه .

فاذا علمنا أن النفقات غير المباشرة لهذا المشروع هى ٤,٥ جنيها يومياً ، فإن تطبيق أسلوب المسار الحرج يتم فى التتابع الآتى :

١ – **الحل الممكن الأول ( تنفيذ المشروع فى موعده المحدد )** :

حيث أن المسار الحرج هو ( أ – حـ – د ) وطوله ٢٤ يومياً

∴ تكلفة المشروع = تكلفة الإسراع + التكاليف غير المباشرة

= صفر + ٤,٥ × ٢٤ = ١٠٨ جـ . م

( ويلاحظ أننا أهملنا النفقات المباشرة للأنشطة )

٢ — الحل الثانى ( بالاسراع بأحد الأنشطة الحرجة )

حيث أن تكلفة الإسراع بالنشاط ( د ) هى الأقل ( ٢ ) ∴ نعمد إلى اختيار تقصير مدته ، ولكن السؤال هو بكم يوم يتم تقصير فترة النشاط ( د ) .

يلاحظ أن ( د ) يتطلب عشرة أيام ولكن يمكن أن يتم فى أربعة أيام كحد أدنى ، أى أنه يمكن تقصير مدته بستة أيام . غير أن النشاط ( ب ) به وقت فائض ٤ أيام ( ٢٤ يوم الفترة الكلية للمشروع — ٢٠ تاريخ انتهاء النشاط ( ب ) = ٤ ∴ النشاط ( د ) يمكن تقصير مدته بأربعة أيام فقط حتى لا يصبح النشاط ( ب ) نشاط حرج .

وعلى هذا الأساس تصبح فترة المشروع الآن عشرين يوما فقط وتكلفته كالآتى :

تكلفة المشروع = تكلفة الإسراع بالنشاط ( د ) + النفقات غير المباشرة

= ٤ ( ٢ ) + ٤,٥ ( ٢٠ )

= ٨ + ٩٠ = ٩٨ ج . م

أى أن الإسراع بالنشاط ( د ) ترتب عليه انخفاض يبلغ عشرة جنيهات فى التكلفة الكلية للمشروع .

٣ — الحل الثالث :

الآن يصبح لدينا مسارين حرجين هما :

أ — ب ومدته عشرين يوماً .

أ — حـ — د ومدته عشرين يوماً أيضاً ( بعد الإسراع بالنشاط ( د ) وجعل مدته ستة أيام فقط ) .

وحيث أن النشاط ( أ ) سابق على كل من النشاطين ( ب ) ، ( حـ ) فإن

تخفيض مدته يمكن أن يؤدى إلى تخفيض مدة المشروع الكلية . كذلك فإنه يمكن الوصول إلى نفس النتيجة بتخفيض مدة النشاطين ( ب ، حـ ) أو النشاطين ( ب ، د ) حيث مدة كل منهما ١٤ يوما الآن . ويتم اختيار أحد هذه البدائل بحساب تكلفة الإسراع بالنسبة لكل منها واختيار البديل ذى التكلفة الأقل كما يلى :

| النشاط | تكلفة الإسراع حـ . م/يوم |
|---|---|
| أ | ٤ |
| ب ، حـ | ٣ + ٦ = ٩ |
| ب ، د | ٣ + ٢ = ٥ |

واضح أن تكلفة الإسراع بالنشاط ( أ ) أقل من غيرها وحيث أنه يمكن تقصير مدته من ستة أيام إلى يومين فقط . . يصبح الحل الثالث كالآتى :

مدة المشروع ستة عشر يوماً

تكلفة المشروع = تكلفة الإسراع بالنشاط ( أ ) + التكاليف غير المباشرة

= ٤ ( ٤ ) + ٤٫٥ (١٦ )

= ١٦ + ٧٢ = ٨٨ جـ . م

مرة أخرى يؤدى تخفيض مدة أحد الأنشطة الحرجة إلى تخفيض التكلفة الكلية للمشروع .

**٤ - الحل الرابع :**

يلاحظ من الحل الثالث أن تخفيض مدة النشاطين ( ب )، (د) يتكلف خمسة جنيهات يومياً ، بينما تخفيض مدة النشاطين ( ب ) ، ( جـ ) يتكلف تسعة جنيهات يومياً . ومن ثم يتم فى الحل الرابع اختيار تقصير مدة ( ب ) ، ( د ) . ويلاحظ هنا أن النشاط ( حـ ) يستلزم ثمانية أيام، وحيث أن ( د ) قد انخفضت مدته إلى ستة أيام فإنه لا يمكن تخفيضه بأكثر من يومين حتى يصل إلى الحد

الأدنى من الوقت اللازم له وهو أربعة أيام .

∴ تصبح المدة الكلية للبرنامج أربعة عشر يوماً .

والتكلفة الكلية = تكلفة الإسراع بالنشاطين (ب) ، (د) + النفقات غير المباشرة .

= ٢ (٣) + ٢ (٢) + ٤,٥ (١٤)

= ١٠ + ٦٣ = ٧٣ ج . م

والسؤال الآن ، هل هذا هو الحل الأمثل ؟ يلاحظ أن هناك تغيير واحد محتمل هو الإسراع بالنشاطين (ب) ، (ح) . ويلاحظ أننا لا نستطيع الإسراع بالنشاط (ح) لأكثر من أربعة أيام حيث يصل بذلك إلى الحد الأدنى من الوقت اللازم له . فإذا جربنا هذا التغير الأخير نجد الآتى :

مدة البرنامج الكلية عشرة أيام .

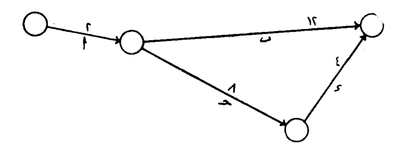
والتكلفة الكلية = تكلفة الإسراع بالنشاطين (ب) ، (ح) + النفقات غير المباشرة .

= ٤ (٣) + ٤ (٦) + ٤,٥ (١٠)

= ٣٦ + ٤٥ = ٨١ ج . م

أى أن هذا التغيير الأخير وإن ترتب عليه تخفيض فى الوقت الكلى للمشروع ؛ إلا أنه يتسبب فى زيادة التكاليف الإجمالية بسبب زيادة النفقات المباشرة للإسراع بكل من (ب) ، ) ، (ح) عن الوفر الناشىء عن تخفيض النفقات غير المباشرة . ومن ثم يصبح الحل الثالث هو الحل الأمثل وتعبر عنه الشبكة التى يصورها شكل رقم (٢) على الصفحة التالية :

ويلاحظ أنه فى حالة المشروعات الضخمة التى تحتوى على مئات وآلاف الأنشطة يجب استخدام الحاسب الالكترونى لإجراء الحسابات السابقة والوصول إلى الحل الأمثل .




شكل رقم ( ٢ )

**المزايا الأساسية لنموذجى بيرت والمسار الحرج :**

نلخص فيمايلى أهم المزايا التى تحققها الإدارة من استخدامها لأسلوبى بيرت والمسار الحرج :

١ — توفر أسلوب للتخطيط الشامل للمشروعات الكبرى والبرامج الأساسية .

٢ — توفر صورة متكاملة واضحة عن المشروع فى إجماله والأنشطة التى تكونه مع تقديرات الوقت والنفقات تمكن الإدارة من المتابعة الدقيقة للتقدم فى أجزاء المشروع .

٣ — توفر أساس لتقييم الخطط والتكوينات البديلة من حيث الوقت والنفقات .

٤ — التوصل إلى جدولة واقعية للأنشطة المختلفة وما تتطلبه من موارد .

٥ — توفر وسيلة واضحة وفعالة للاتصالات والتفاهم المشترك بين الأقسام والإدارات المختلفة المسئولة عن تنفيذ البرنامج وأنشطته المختلفة .

٦ — الكشف عن الأنشطة الحرجة التى تحتاج إلى عناية واهتمام الإدارة من حيث التخطيط والجدولة .

٧ — توجيه اهتمام الإدارة إلى نقاط الإختناق فى المشروعات ومن ثم تفادى المشكلات قبل وقوعها .

٨ — إمكانية التقييم الدقيق لتطور الوقت والنفقات الفعليين بالنسبة للتقديرات ، والقدرة على تحليل الانحرافات وآثارها المتوقعة بالنسبة للمشروع كوحدة متكاملة .

**الاعتراضات الأساسية ضد نموذجى بيرت والمسار الحرج :**

برغم المزايا الأساسية الناجمة عن استخدام أسلوبى بيرت والمسار الحرج ، إلا أن هناك بعض المشاكل التى تصاحب استخدامهما الأمر الذى يثير بعض الاعتراضات بالنسبة لمدى فاعلية أى منهما فى تحقيق أهدافه ومن أهم هذه الاعتراضات ما يلى :

١ — أن كل من بيرت والمسار الحرج يقوم على عدد من الافتراضات التى لا يتوقع تحققها فى جميع الحالات . ومن أهم هذه الافتراضات :

* افتراض أن أى مشروع يمكن تقسيمه مقدماً وقبل التنفيذ إلى عدد من الأنشطة المستقلة لكل منها بداية واضحة ونهاية محددة .

* افتراض المعرفة الكاملة والدقيقة لعلاقات التتابع بين الأنشطة بشكل يجعل فى الإمكان ترجمتها فى شبكة مقدماً .

* افتراض المقدرة على تقدير الوقت المتوقع لكل نشاط مقدماً وبدقة .

* الافتراض الأساسى فى نموذج المسار الحرج من أن النفقات تتناسب خطيا مع فترة استمرار النشاط .

٢ — أن استخدام أسلوبى بيرت والمسار الحرج يتطلب نفقات كبيرة قد لا تستطيع الشركات الصغيرة تحملها ، ومن ثم فإن فائدتهما مقصورة على الوحدات التنظيمية الكبرى .

٣ – أن حسابات الوقت والتكلفة فى جداول بيرت والمسار الحرج بالنسبة للمشروعات الكبيرة ذات الأنشطة المتعددة لا يمكن إجراءها يدوياً ، وإنما تستلزم حاسبات الكترونية قد لا يتوفر استخدامها فى كل وقت .

وبرغم هذه الاعتراضات ( ومنها الشكلية ) فان مزايا بيرت والمسار الحرج فى التطبيق الإدارى تتضح باستمرار ، ومع تقدم البحث والتفكير فى وسائل للتقليل من الثغرات الموجودة بالنماذج الأصلية (كما حدث بالنسبة لأسلوب بيرت النفقات PERT COST) فان مشاكل التطبيق بالنسبة لهما ستقل إلى حد بعيد .

## تطبيقات

١ – يتم انتاج إحدى السلع على ستة مراحل ، وقد طلب إلى إدارة الإنتاج بالشركة المنتجة إعداد شبكة أعمال كأساس لتخطيط الإنتاج . وكانت البيانات المقدمة من مدير المصنع بخصوص مراحل الإنتاج كالآتى :

– المرحلة ( ا ) هى بداية الإنتاج وتسبق كل من (ب) ، (حـ) .
– الموحلة (حـ) تسبق كل من (ٮ) ، (هـ) .
– المرحلة (ب) تتبع (ٮ) وتسبق (هـ) .
– المرحلة ( و ) تتبع ( هـ ) .
– المرحلة ( و ) تتبع (هـ) .

والمطلوب استخدام طريقة « النشاط على الدائرة » لرسم الشبكة الممثلة للمشروع وبيان المشاكل التى تعترض رسم الشبكة .

وبمراجعة هذه البيانات تبين أن المرحلة (ٮ) تسبق مباشرة (هـ) ولا تتبعها كما هو موضح فى معلومات مدير المصنع . فالمطلوب رسم شبكة أخرى بطريقة « النشاط على السهم » مع تحديد عدد الأنشطة الوهمية اللازمة .

٢ – تتم الأنشطة التالية فى أحد المصانع الصغرى وفقاً للبيانات الآتية :

| اسم النشاط | رقم حدث البداية وحدث النهاية | الوقت المقدر بالأيام |
| --- | --- | --- |
| ا | (١ – ٢) | ٢ |
| ب | (٢ – ٣) | ٣ |
| حـ | (٢ – ٤) | ٥ |
| ء | (٣ – ٥) | ٤ |
| هـ | (٣ – ٦) | ١ |
| و | (٤ – ٦) | ٦ |
| ز | (٤ – ٧) | ٢ |
| ح | (٥ – ٨) | ٨ |
| ط | (٦ – ٨) | ٧ |
| ى | (٧ – ٨) | ٤ |

**والمطلوب** :

- إعداد شبكة تصور المشروع بطريقة « النشاط على السهم » .
- احتساب الأوقات المبكرة والمتأخرة لبدايات الأنشطة ونهاياتها .
- تحديد الفائض فى النشاط (٣ – ٥) ، (٤ – ٦) ، (٧ – ٨)
- بيان ما هى الأنشطة الحرجة ؟

٣ – إذا كان المسار الحرج لأحد الأنشطة يبلغ ٢٠ شهراً وانحراف معيارى يبلغ ٤ أشهر ، ما هو احتمال أن يتم المشروع خلال :

ا – ٢٠ شهراً .

ب – ١٨ شهراً .

حـ – ٢٤ شهراً .

٤ — يتكون مشروع صغير من سبعة أنشطة تبدو بيانات الوقت وأرقام أحداث البداية والنهاية لها فى الجدول الآتى :

| النشاط | تقديرات الوقت | | |
|---|---|---|---|
| | المتفائل | الأكثر احتمالا | المتشائم |
| ١ — ٢ | ١ | ١ | ٧ |
| ١ — ٣ | ١ | ٤ | ٧ |
| ١ — ٤ | ٢ | ٢ | ٨ |
| ٢ — ٥ | ١ | ١ | ١ |
| ٣ — ٥ | ٢ | ٥ | ١٤ |
| ٤ — ٦ | ٢ | ٥ | ٨ |
| ٥ — ٦ | ٣ | ٦ | ١٥ |

**والمطلوب** :

( ا ) إعداد شبكة أعمال وتحديد المسارات بها .

(ب) احتساب الوقت المتوقع لكل نشاط ومدى التباين له .

( حـ ) احتساب الأوقات المبكرة والمتأخرة للبدايات والنهايات وتحديد طول مدة المشروع .

( د ) احتساب الفائض بالنسبة لكل نشاط .

٥ — البيانات التالية خاصة بمشروع إعداد بحث تسويق :

| النشاط | فترة التنفيذ | | |
| --- | --- | --- | --- |
| | المتفائل | الأكثر احتمالا | المتشائم |
| ١ – ٢ | ٣ | ٦ | ١٥ |
| ١ – ٦ | ٢ | ٥ | ١٤ |
| ٢ – ٣ | ٦ | ١٢ | ٣٠ |
| ٢ – ٤ | ٢ | ٥ | ٨ |
| ٣ – ٥ | ٥ | ١١ | ١٧ |
| ٤ – ٥ | ٣ | ٦ | ١٥ |
| ٦ – ٧ | ٣ | ٩ | ١٧ |
| ٥ – ٨ | ١ | ٤ | ٨ |
| ٧ – ٨ | ٤ | ١٩ | ٢٨ |

**والمطلوب** :

( ا ) رسم الشبكة التى تصور المشروع .

(ب) احتساب طول وتباين المسار الحرج .

(حـ) ما هو الاحتمال أن الأنشطة على المسار الحرج سوف تتم فى نهاية اليوم الواحد والأربعين ( ٤١ ) ؟

( د ) ما هو احتمال أن يتم المشروع كله فى الوقت المحدد ( ٤١ يوم ) ؟

# خـاتمة

إن إمكانيات تطبيق الأساليب الكمية فى حل مشكلات الإدارة متعددة ومتنوعة . وقد عرضنا لنمـــاذج من المشكلات الإدارية التى أمكن إيجاد حلول مناسبة بها باستخدام بعض الأساليب الكمية وأهمها البرمجة الخطية . ولا بد أن نشير هنا إلى أن حصيلة الخبرة للإدارة المصرية فى هذا الصدد لا زالت محدودة إلى حد كبير .

وقد يكون من المفيد أن نحدد أهم الأسباب التى نعتقد أنها تحد من استخدام الإدارة المصرية للأساليب الكمية الحديثة فى معالجة ما يعرض لها من مشكلات .

إن أحد الأسباب يعود بدرجة كبيرة إلى عدم معرفة كثير من أفراد الإدارة المصرية بتلك الأساليب الأمر الذى يقلل بالتالى من فرص استخدامها. كذلك فإنه فى الحالات التى تصل فيها الأساليب الكمية إلى علم الإدارة ، فإن الاقتناع بفائدتها لم يتأكد بدرجة واضحة بعد ، وما زال الارتكان إلى الأساليب التقليدية فى اتخاذ القرارات يمثل الأسلوب الأكثر شيوعاً بين المديرين فى مصر .

ولكن هناك أسباب أخرى أكثر أهمية تلعب دوراً فى إبعاد الأساليب الكمية — وغيرها من مستحدثات علوم الإدارة — عن مجالات اهتمام الإدارة المصرية وهى فى اعتقادى ما يلى :

١ — انعدام روح المنافسة بين المشروعات المصرية من ناحية وحمايتها من المنافسة الأجنبية من ناحية أخرى يقللان الدافع عند المدير المصرى للبحث والتطوير ويجعلانه يميل إلى الاستكانة والرضا بما هو قائم .

٢ – تخلف نظم المتابعة وتقييم الأداء وعدم وضوح أبعاد المسئولية عن الإنجازات ، تجعل من اليسير على الإدارة المصرية تضخيم إنجازاتها والوصول إلى أهدافها المتواضعة بسهولة نسبية باستخدام أساليب الإدارة التقليدية المبنية على الخبرة الشخصية والإحساس الذاتى لمتخذ القرار .

٣ – غياب بعض المقومات الحيوية لاستخدام الأساليب الكمية وأهمها نظم المعلومات الإدارية المتكاملة التى توفر للإدارة المعلومات الصالحة فى الوقت المناسب لاتخاذ القرار .إن عدم توفر البيانات يشل القدرة على تطبيق أساليب البرمجة الخطية وغيرها من الأساليب الكمية ويجعل البديل للوحيد المتاح للإدارة هو الحدس والاعتماد على الاجتهاد الشخصى فى التفسير والتنبؤ .

٤ – أن كثيراً من المشروعات المصرية تنقصها نظم التكاليف Costing التى تميز بين النفقات المباشرة والنفقات غير المباشرة وتوفر أسساً سليمة لتحميل تلك النفقات غير المباشرة على مراكز التكلفة المحددة . وغياب بيانات التكاليف ( الفعلية والنمطية ) يجعل الالتجاء إلى أساليب البرمجة الخطية أمراً لا عائد وراءه .

وبرغم توفر كثير من الحاسبات الالكترونية فى مشروعاتنا ( وهى خطوة فى سبيل إعداد نظم متكاملة للمعلومات ) إلا أن استخدامها فى تطبيق الأساليب الكمية لم يلق عناية الإدارة المصرية بعد ولا زالت تستخدم فى مجالات تقليدية بسيطة مثل إعداد المهايا وضبط حركة المخزون .

ومن ثم فإن حقيقة أساسية لابد وأن تكون قد اتضحت الآن ، وهى أن مجرد العلم بالأساليب الحديثة للإدارة أو الرغبة فى تطبيقها ليس كافياً ، بل لابد من توفر مقوماتها الأساسية وأهمها المعلومات الإدارية السليمة والمتكاملة ) .

# تطبيقات عامة

# على البرمجة الخطية وشبكات الأعمال

**أولا — باستخدام الأسلوب البيانى حل المسائل الآتية :**

١ — تقوم الشركة المصرية لصناعة الأثاث بانتاج سلعتين هما الموائد والكراسى ، ولكى تنتج كل سلعة لا بد وأن تمر على مركز الآلة ( ١ ) ومركز الآلة ( ٢ ) حيث الطاقة القصوى على المركز ( ١ ) ٦٠ ساعة أسبوعياً والطاقة القصوى على مركز ( ٢ ) ٤٨ ساعة أسبوعياً وتحتاج كل وحدة من الموائد إلى ٤ ساعات على الآ لة الأولى ، ٢ ساعة على الآلة الثانية وتحتاج كل وحدة من الكراسى إلى ٢ ساعة على الآلة الأولى ، ٤ ساعة على الآلة الثانية . وكان ربح الوحدة من الموائد ٨ جنيه ومن الكراسى ٦ جنيه .

المطلوب : تحديد أحسن مزيج إنتاجى يحقق أقصى ربح .

٢ — تنتج الشركة الأهلية منتجين $س_١$ ، $س_٢$ ولكى يتم إنتاج أى من السلعتين لابد وأن تمر كل منهما على مركزى إنتاج ( $ا_١$ ) ، ( $ا_٢$ ) وتحتاج السلعة الأولى $س_١$ إلى ٤ ساعات على كل من المركزين ، وتحتاج السلعة الثانية إلى ٣ ساعات على المركز $ا_١$ ، ٥ ساعات على المركز ( $ا_٢$ ) . والطاقة القصوى لمركز ( $ا_١$ ) ٤٠ ساعة أسبوعياً ، ( $ا_٢$ ) ٣٠ ساعة أسبوعياً وكان ربح الوحدة من $س_١$ ٦ جنيه ومن $س_٢$ ٥ جنيه .

المطلوب :

١ — تحديد أحسن مزيج إنتاجى يحقق أقصى ربح .

٢ — تريد الشركة استثمار مبالغ إضافية فهل تنصح بتوجيه هذه الاستثمارات إلى المركز $ا_١$ أم $ا_٢$ ولـــاذا ؟

إذا كان ربح الوحدة من ( $س_١$ ) ٤ جنيه فقط فما هى الإجابة وكيف يمكن تفسيرها ؟

٣ — تنتج شركة نوعين من المنتجات وتحقق الوحدة من المنتج الأول ١٠ جنيه ربح والوحدة من المنتج الثانى ٦ جنيه ربح ، ويلزم لإنتاج كل منتج أن يمر خلال آلتين وتحتاج الوحدة من المنتج الأول إلى ١٢ ساعة على الآلة الأولى و ٤ ساعات على الآلة الثانية ، وتحتاج الوحدة من المنتج الثانى إلى ٤ ساعات على الآلة الأولى و ٨ ساعات على الثانية :

وكانت الطاقة القصوى المتاحة ٦٠ ساعة على الآلة الأولى .

وكانت الطاقة القصوى المتاحة ٤٠ ساعة على الآلة الثانية .

المطلوب : ما هى الكمية الواجب إنتاجها من كل منتج بحيث تحقق أقصى ربح ممكن .

٤ — إذا كان هناك منتجان $س_١$ ، $س_٢$ وتربح الوحدة من $س_١$ ٩ جنيه والوحدة من $س_٢$ ٧ جنيه وكانت باقى البيانات كما يلى :

الساعات المطلوبة لانتاج الوحدة

| | المركز الانتاجى ( ١ ) | المركز الانتاجى ( ٢ ) |
|---|---|---|
| $س_١$ | ١٢ | ٤ |
| $س_٢$ | ٤ | ٨ |
| الساعات القصوى المتاحة | ١٦٠ | ١٤٠ |

المطلوب : تحديد أحسن مزيج إنتاجى يحقق أقصى ربح .

٥ — تقوم الشركة المصرية لصناعة الأثاث بصناعة الأثاثات الخشبية فى مصانعها ، ويختص أحد هذه المصانع بانتاج الموائد والكراسى التى تمر بمراحل الإنتاج الآتى :

المرحلة الأولى

١ — التصنيع وبها ١٠٠ ساعة عمل فى الأسبوع

٢ — التشطيب وبها ٧٧ ساعة عمل فى الأسبوع

٣ — الطلاء والتلميع وبها ٨٠ ساعة عمل فى الأسبوع

وتحتاج المائدة إلى ١٠ ساعات عمل فى المرحلة الأولى .

٧ » » » » الثانية

٢ » » » » الثالثة

ويحتاج الكرسى إلى ٢ » » » » الأولى

٣ » » » » الثانية

٤ » » » » الثالثة

وتحقق الشركة ربحاً صافياً عن بيع المائدة قدره ١٢ جنيهاً وعن الكرسى ٣ جنيه . المطلوب اختيار المزيج الإنتاجى لتحقيق أقصى ربح .

**ثانياً — باستخدام أسلوب السمبلكس حل المسائل الآتية :**

١ — حل المسائل السابقة باستخدام أسلوب السمبلكس .

٢ — منشأة صناعية تسطيع إنتاج سلعتين ا و ب الربح من بيع وحدة من السلعة الأولى ٤ جنيه ، والربح من بيع وحدة من السلعة الثانية ٣ جنيه والحد الأعلى للكمية الممكن بيعها من السلعة الأولى ٤٠٠٠ وحدة ، ومن السلعة الثانية ٦٠٠٠ وحدة وتصنع السلعتان من عديد من المواد الخام ولكن إحدى المواد الخام تستعمل فى إنتاج السلعتين كما أنها متاحة بكميات محدودة وكانت الكمية المتاحة منها ٦٠٠٠ رطل وتحتاج الوحدة من السلعة الأولى إلى رطل من هذه المادة الخام ، كما تحتاج الوحدة الواحدة من السلعة الثانية إلى ثلثى رطل من هذه المادة الخام .

المطلوب : تحديد الكمية الواجب إنتاجها من كل سلعة بحيث تحقق أقصى ربح ممكن .

٣ ــ تنتج شركة النصر ثلاث منتجات وكانت نسبة مساهمة كل منتج كما يلى :

$س_{١}$ ٢ ج

$س_{٢}$ ٤ ج

$س_{٣}$ ٣ ج

ويمر كل منتج خلال ثلاث مراحل إنتاجية وكان الوقت اللازم لانتاج كل وحدة فى كل مرحلة كما يلى :

| المنتج | الوقت اللازم على المركز الأول | الوقت اللازم على المركز الثانى | الوقت اللازم على المركز الثالث |
|---|---|---|---|
| $س_{١}$ | ٣ | ٢ | ١ |
| $س_{٢}$ | ٤ | ١ | ٣ |
| $س_{٣}$ | ٢ | ٢ | ٢ |
| طاقة كل مركز فى الأسبوع | ٦٠ | ٤٠ | ٨٠ |

المطلوب : تحديد أحسن مزيج إنتاجى يحقق أقصى ربح لأسبوع مقبل :

٤ ــ المطلوب تعظيم الدالة التالية :

٢ $س_{١}$ + ٤ $س_{٢}$ + $س_{٣}$ + $س_{٤}$ أقصى ما يمكن

وذلك بمراعاة أن

$س_{١}$ + ٣ $س_{٢}$ + $س_{٤}$ ≤ ٤

٢$س_{١}$ + $س_{٢}$ ≤ ٣

$س_{٢}$ + ٤$س_{٣}$ + $س_{٤}$ ≤ ٣

٥ ــ تستطيع منشأة أن تنتج خلال الأسبوع القادم المزيج الإنتاجى التالى

$س_{١}$ وتساهم ب ٣ ج للوحدة — $س_{٢}$ وتساهم ب ٤ ج للوحدة

$س_{٣}$ وتساهم ب ٥ ج للوحدة — $س_{٤}$ وتساهم ب ٢ ج للوحدة

$س_{٥}$ وتساهم ب ٢ ج للوحدة

وتتمثل طاقة المشروع فى أربعة مراكز ، وفيما يلى نوضح طاقة كل مركز وما تحتاجه كل وحدة منتجة من ساعات تشغيل كل مركز .

| المنتج | المركز (١) | (٢) | (٣) | (٤) |
|---|---|---|---|---|
| $س_١$ | ٣ | ٨ | ٢ | ٦ |
| $س_٢$ | ٤ | ٣ | ١ | صفر |
| $س_٣$ | ٢ | ٢ | صفر | ٢ |
| $س_٤$ | ٢ | ١ | ٣ | ٤ |
| $س_٥$ | ٥ | ٤ | ٤ | ٣ |
| والطاقة القصوى | ٧٠٠ | ٦٠٠ | ٤٠٠ | ٩٠٠ |

وبالإضافة إلى القيود السابقة فهناك قيود خاصة بالبيع تتمثل فى الحد الأقصى الممكن تحقيقه من المبيعات بالنسبة لكل صنف ، ويمكن توضيح قيود المبيعات فيما يلى :

$س_١$ ١٠٠ وحدة ، $س_٢$ ٥٠ وحدة ، $س_٣$ ٩٠ وحده ، $س_٤$ ٧٠ وحدة $س_٥$ ٣٠ وحدة . كما أن كل من المنتجات الخمسة يصنع من خمس مواد خام ا ، ب ، ج ، د ، ه . والجدول التالى يوضح احتياجات كل وحدة من المواد الخام خلال الأسبوع بالرطل .

| | ا | ب | ج | د | ه |
|---|---|---|---|---|---|
| $س_١$ | ٤ | ٢ | صفر | ١ | ٣ |
| $س_٢$ | ٧ | ٤ | ٤ | صفر | ٤ |
| $س_٣$ | ٦ | ٢ | ٥ | ٧ | صفر |
| $س_٤$ | ١ | ١ | ٦ | ٤ | ٢ |
| $س_٥$ | ٣ | صفر | ٢ | ٣ | ٤ |

المطلوب : ما هو أقصى ربح يمكن أن يحققه المشروع ؟

**ثالثاً — مشكلات النقل :**

١ — شركة تملك ثلاثة مصانع ص١ ، ص٢ ، ص٣ وثلاثة مخازن خ١ ، خ٢ ، خ٣ وهناك ١٢ عربة نقل فارغة موجودة فى هذه المخازن كالآتى : بالمخزن الأول عربتان ، وبالمخزن الثانى ٧ عربات نقل، وبالمخزن الثالث ٣ عربات نقل . علماً بأن المصنع الأول يحتاج إلى ٤ عربات نقل ، والمصنع الثانى إلى ٥ عربات ، والمصنع الثالث إلى ٣ عربات نقل . وحيث أن المسافة بين هذه المخازن والمصانع تختلف حسب الموقع فإن تكاليف إرسال عربة نقل من مخزن ما إلى مصنع ما تختلف حسب الموقع كالآتى بالنسبة لعربة نقل واحدة :

| قرشاً | |
|---|---|
| ١٢٠ | تكاليف نقل سيارة واحدة من المخزن الأول إلى المصنع الأول . |
| ١٠٠ | » » » » » » » » » الثانى . |
| ٥٠ | » » » » » » » » » الثالث . |
| ١٥٠ | » » » » » » الثانى » الأول . |
| ٨٠ | » » » » » » » » » الثانى . |
| ٢٠ | » » » » » » » » » الثالث. |
| ٤٠ | » » » » » » الثالث » الأول . |
| ٥٠ | » » » » » » » » » الثانى . |
| ١٠٠ | » » » » » » » » » الثالث . |

فكيف يتم توزيع هذه السيارات من المخازن إلى المصانع بأقل تكلفة ممكنة.

٢ — الشركة الأهلية لديها مصنعين ا ، ب ويقع كل مصنع فى مكان بعيد عن الآخر ولها ثلاث فروع للبيع ل ، ص ، ع .

والمصنع ا ينتج ١٠٠ طن فى الأسبوع .

والمصنع ب ينتج ٢٠٠ طن فى الأسبوع .

ويحتاج محل البيع ل إلى ٦٠ طن فى الأسبوع .

ويحتاج محل البيع ص إلى ٧٠ طن فى الأسبوع .

ويحتاج محل البيع ع إلى ٥٠ طن فى الأسبوع .

وكانت تكاليف النقل كما يلى :

من ا إلى ص ٣ ج للطن

من ا إلى ل ١ ج للطن

من ا إلى ع ٥ ج للطن

من ب إلى ص ٢ ج للطن

من ب إلى ل ٤ ج للطن

من ب إلى ع ١ ج للطن

ما هو الحل الذى يحقق أقل تكاليف للنقل من المصانع إلى محال البيع؟

٣ — الشركة الأهلية لديها ٤ مخازن ويوجد بالمخزن الأول ٢٠٠ وحدة من المادة ا والمخزن الثانى يوجد به ٣٠٠ وحدة والمخزن الثالث به ٢٥٠ وحدة والمخزن الرابع به ٣٥٠ وحدة ولدى الشركة ثلاث مصانع ويحتاج المصنع الأول إلى ٣٨٠ وحدة من المادة ا والمصنع الثانى يحتاج إلى ٣٧٠ وحدة من المادة ا والمصنع الثالث ٣٥٠ وحدة . وكانت تكالفة النقل من المخزن الأول إلى المصنع الأول ١٨ قرشاً وإلى المصنع الثانى ١٠ قروش والثالث ١٢ قرشاً وتكالفة النقل من المخزن الثانى إلى المصنع الأول ٢٠ قرشاً وإلى المصنع الثانى ١٧ قرشاً والثالث ٦ قروش وتكالفة النقل من المخزن الثالث إلى المصنع الأول ١٤ قرشاً وإلى المصنع الثانى ١٨قرشاً والثالث ٩ قروش وتكلفة النقل من المخزن الرابع إلى المصنع الأول ١٦ قرشاً وبلى المصنع الثانى ١١ قرشاً والثالث ٨ قروش .

المطلوب وضع خطة نقل المواد الخام من المخازن إلى المصانع بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن .

٤ – تريد الشركة (س) ارسال المنتجات المتاحة لدى مصانعها إلى مخازنها وكانت تكاليف النقل من المصانع إلى المخازن كما يلى :

| | | | |
|---|---|---|---|
| من المصنع ا | إلى المخزن | س | ١٢٠ قرشاً |
| من المصنع ا | إلى المخزن | ص | ١٥٠ قرشاً |
| من المصنع ا | إلى المخزن | ع | ٤٠ قرشاً |
| من المصنع ب | إلى المخزن | س | ١٠٠ قرشاً |
| من المصنع ب | إلى المخزن | ص | ٨٠ قرشاً |
| من المصنع ب | إلى المخزن | ع | ٥٠ قرشاً |
| ومن المصنع ح | إلى المخزن | س | ٥٠ قرشاً |
| من المصنع ح | إلى المخزن | ص | ٢٠ قرشاً |
| من المصنع ح | إلى المخزن | ع | ١٠ قروش |

المطلوب : بيان أحسن توزيع يمكن استخدامه فى إرسال البضاعة بحيث تكون تكاليف النقل من المصانع إلى المخازن المختلفة النقل أقل ما يمكن .

٥ – إذا كانت تكاليف النقل للوحدة من المصانع إلى المخازن كالآتى :

| فروع البيع / المصانع | (١) | (٢) | (٣) | (٤) |
|---|---|---|---|---|
| ا | ٧ | ٢٠ | ١٢ | ١٠ |
| ب | ١١ | ٧ | ٤ | ٨ |
| ح | ١٩ | ١٢ | ٨ | ١٠ |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| وكانت الكمية المتاحة | فى المصنع | الأول | | | ٢٠٠ | وحدة |
| « | « | « | « | الثانى | ٣٥٠ | « |
| « | « | « | « | الثالث | ٤٠٠ | « |
| والكمية | المطلوبة | لقسم | البيع الأول | | ٢٥٠ | وحدة |
| « | « | « | « | الثانى | ١٥٠ | « |
| « | « | « | « | الثالث | ٣٢٠ | « |
| « | « | « | « | الرابع | ٢٣٠ | « |

ضع خطة النقل التى تحمل المشروع أقل التكاليف .

٦ — تمتلك الشركة المصرية ثلاث مصانع أ ، ب ، ج وكذلك ثلاث مخازن للتوزيع س ، ص ، ع فإذا كان إنتاج المصانع الثلاثة كما يلى :

| | |
|---|---|
| مصنع ا | ٤٠٠ وحدة |
| مصنع ب | ٦٠٠ وحدة |
| مصنع ج | ٢٠٠ وحدة |

وإذا كانت الكميات التى تحتاج إليها مخازن التوزيع كالآتى :

| | |
|---|---|
| مخزن س | ٢٠٠ وحدة |
| مخزن ص | ٧٠٠ وحدة |
| مخزن ع | ٣٠٠ وحدة |

ما هى خطة النقل التى تحقق أدنى تكلفة ؟

٧ — خصص أوامر الانتاج الخمسة الآتية على الآلات الخمس ، إذا كانت تكاليف أمر إنتاج معين على آلة معينة كما هو مبين فيما يلى :

| أوامر الانتاج / الآلات | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|
| ا | ٧ | ٢ | ١٠ | ١٢ | ١٣ |
| ب | ٣ | ٩ | ١٨ | ٣ | ٦ |
| ج | ١٣ | ١٠ | ٥ | ٥ | ٥ |
| د | ٢ | ٨ | ٦ | ٤ | ٩ |
| ه | ٦ | ٨ | ٩ | ٣ | ١١ |

٨ – خصص أوامر الانتاج الست على الآلات الآتية ، إذا كانت تكاليف تصنيع أمر إنتاج على آلة معينة كما هو مبين فيما يلى :

| أوامر الانتاج / الآلات | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ا | ٥١ | ٢٥ | ٥٢ | ٣٩ | ٧٢ | ٤١ |
| ب | ٥٠ | ٨١ | ٦٥ | ٤٩ | ٢٩ | ٢٢ |
| ج | ٣٢ | ٣٢ | ٥١ | ٦٠ | ٣٩ | ٢٧ |
| د | ٤٣ | ٣٧ | ٥٢ | ٤٨ | ٥٠ | ٤٥ |
| ه | ٣٣ | ٣٠ | ٢٦ | ٣٩ | ٤٠ | ٢٩ |
| و | ٣٠ | ٥١ | ٦٠ | ٤٠ | ٤٠ | ٨٢ |

٩ – تريد الشركة الأهلية تخصيص آلة معينة من بين ٥ آلات لكل أمر إنتاج من بين ٥ أوامر إنتاج علماً بأن درجة الكفاية لتصنيع أمر إنتاج معين على آلة معينة كما يبين الجدول التالى والمطلوب عمل التخصيص الذى يمثل أكبر درجة كفاية ممكنة .

| | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|
| ا | ٧ | ٢ | ١٠ | ١٢ | ١٣ |
| ب | ٣ | ٩ | ١٨ | ٣ | ٦ |
| جـ | ١٣ | ١٠ | ٥ | ٥ | ٥ |
| د | ٢ | ٨ | ٦ | ٤ | ٩ |
| هـ | ٦ | ٨ | ٩ | ٣ | ١١ |

١٠ ــ تملك إحدى الشركات أربع عربات نقل فى حين أن لديها ٥ مواقع عمل ، والمطلوب تخصيص هذه العربات على مواقع العمل المختلفة بحيث تكون تكلفة تشغيل العربات أقل ما يمكن . علماً بأن تكلفة تشغيل كل عربة بالنسبة لكل موقع كما يلى :

| مواقع العمل / العربات | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|
| (١) | ٢ | ٢ | ٨ | ٣ | ٤ |
| (٢) | ٦ | ١٧ | ٩ | ٣ | ٦ |
| (٣) | ٥ | ٨ | ٤ | ١ | ٩ |
| (٤) | ٦ | ٧ | ٣ | ١٠ | ٥ |

١١ — خصص مندوبى البيع ا ، ب ، حـ للشركة الأهلية على مناطق البيع الثلاث الخاصة بالشركة بحيث تمثل أعلى كفاية ممكنة ، علماً بأن مقاييس الفاعلية فى المتوسط كانت كما يلى :

| المنطقة / المندوب | ا | ب | جـ |
|---|---|---|---|
| (١) | ٢ | ٢ | ٢ |
| (٢) | ٨ | ١٠ | ٨ |
| (٣) | ١٥ | ٩ | ١٢ |

# ملحق

# نظم المعلومات الإدارية



# نظم المعلومات الإدارية

**Management Information Systems**

تعتبر المعلومات information ركناً أساسياً فى العمل الإدارى ومن ثم فهى من المقومات الرئيسية لاستخدام أساليب بحوث العمليات بفاعلية ونجاح . إن المدير فى النهاية هو متخذ قرارات Decision Maker وقد اتضح لنا من قبل أن مشكلة القرار تزيد تعقداً وتشابكاً فى أغلب المواقف الإدارية ، ولايقلل من هذا التعقيد والتشابك إلا توفر المعلومات الدقيقة والمتجددة . وإذا استعرضنا الوظائف الإدارية الأساسية من تخطيط وتنظيم ومتابعة وتقييم فإننا نجد المعلومات عنصراً أساسياً فى كل منها . كذلك بتحليل عملية اتخاذ القرارات نجد المعلومات عاملاً حاسماً فى تحديد وصياغة المشكلة ، اكتشاف الحلول البديلة ، تبين احتمالات العائد payofi من كل بديل ، وبالتالى فهى أساس المقارنة والمفاضلة بين البدائل المختلفة .

ويقصد بالمعلومات البيانات ، الأرقام ، والحقائق التى تساعد الإدارة على تصور ما يحيط بها من مواقف وتفسير ما يحدث من مظاهر وأحداث وصولاً إلى التنبؤ الدقيق بما يمكن أن يحدث فى المستقبل .

وعلى هذا الأساس يمكن تحديد وظائف المعلومات للإدارة فيما يلى :

* وصف المواقف والأحداث المختلفة والمؤثرة على الإدارة والتى تشكل المناخ الذى يتم فى إطاره العمل الإدارى .

* تحليل تلك المواقف والأحداث وتفسيرها بمعنى الوصول إلى العوامل والمتغيرات الأساسية المحددة لها والعلاقات التى تربط العوامل وتحركها .

* مساعدة الإدارة فى اتخاذ القرارات بتوفير أسس المقارنة والمفاضلة بين الحلول والإجراءات البديلة .

* توفير المعلومات عن الأحداث والظواهر المستقبلة ( التنبؤات ) الأمر الذى يمكن الإدارة من الإعداد لها والتخطيط لمواجهتها .

* تقييم السياسات والقرارات الإدارية وبيان مدى فاعليتها وكفاءتها فى تحقيق الأهداف المقررة .

وفى سبيل توفير المعلومات اللازمة للإدارة ، فإن الجهود يجب أن تنصرف إلى إقامة نظام متكامل للمعلومات Integrated Information System يضمن توفر البيانات الدقيقة الصالحة للإستخدام بمعرفة الإدارة فى الوقت المناسب لذلك . ويمكن تحقيق هذه الخاصية من خلال إنشاء أجهزة على مستوى عال من الكفاءة لإدارة المعلومات information management وإعدادها للاستخدام الإدارى .

إن كثيراً من المشروعات تتجمع لديها كميات هائلة من المعلومات ولكنها لا تستفيد منها بالقدر المناسب بل قد لا تكتشف أهمية تلك البيانات أصلاً . إن قدراً أساسياً من النجاح والفعالية فى المواقف العملية يتوقف على وجود البيانات الصالحة للاستخدام .

ولذلك فإن الحصيلة الهائلة من المعلومات فى أى مشروع يجب أن تجمع بصفة منتظمة وتسجل بعد تصنيفها وترتيبها بحيث تسهم فى إرشاد الباحث إلى دلالات واتجاهات محددة للبحث . وتنقسم البيانات اللازمة للبحث عادة إلى :

* بيانات رقمية مثل أرقام الإنتاج ، المبيعات ، المخزون والأفراد وغير ذلك من أوجه نشاط المشروع .

* بيانات كيفية ( qualitative data ) مثل آراء العملاء والمستهلكين فى جودة السلع واتجاهات الموزعين بالنسبة لسياسات المشروع .

وينبغى أن يتوفر لتلك المعلومات عدد من الصفات والخصائص أهمها :

* الوضوح
* المعنوية ( أى الدقة والصحة )
* الشمول
* المرونة فى التشكيل والعرض

**مراحل إقامة نظام للمعلومات :**

إن إقامة نظام متكامل وفعال للمعلومات الإدارية يتطلب الإجراءات الآتية :

* تحديد أهداف النظام تحديداً واضحاً ودقيقاً .
* تحديد مراكز اتخاذ القرارات فى المشروع .
* تحديد أنواع القرارات التى يتخذها كل مستوى .
* تحديد أنواع المعلومات التى يحتاجها كل مستوى لاتخاذ كل نوع من القرارات .
* تحديد مصادر الحصول على المعلومات المطلوبة .
* تحديد وسائل تجميع المعلومات من المصادر المختلفة .
* تحديد أساليب عرض المعلومات ودورية إرسالها إلى مراكز اتخاذ القرارات .
* تحديد أساليب تقييم المعلومات المتجمعة وأسس تعديلها وتجديدها بشكل مستمر Up-dating .

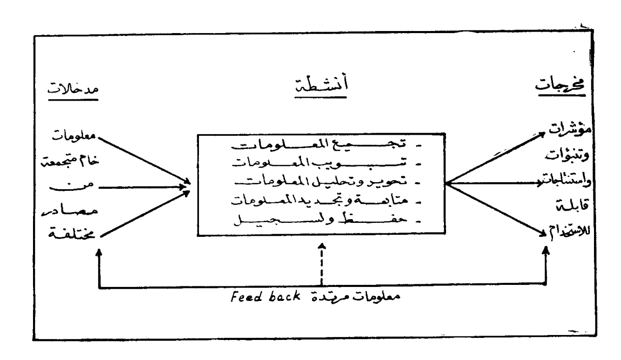
إن كل إجراء من الإجراءات السابقة يتطلب عملية بحث ودراسة للتنظيم واحتياجاته من المعلومات ونوعية الأفراد العاملين ومدى سهولة أو تعقد نظم الاتصالات بين أجزاء التنظيم . إن الهدف أساساً هو تحقيق تدفق من المعلومات flow of information بين كل مستويات وأجزاء التنظيم بما يحقق درجة عالية من الفاعلية لأساليب ونظم اتخاذ القرارات المستخدمة .

**وظائف نظام المعلومات :**

يمكن تحديد الوظائف الأساسية لنظام المعلومات الإدارية فيما يلى :

* تحديد الاحتياجات من المعلومات .
* تجميع المعلومات المطلوبة من مصادرها المختلفة .
* تحوير المعلومات وإعدادها للعرض والاستخدام .
* إرسال المعلومات إلى مراكز اتخاذ القرارات .
* حفظ وتسجيل المعلومات .
* تجديد المعلومات ومتابعة التغير فيها حتى تصبح قابلة للاستخدام دائماً .

ويمكن التعبير عن النظام المتكامل للمعلومات الإدارية فى الشكل التالى :




إن تحليل مكونات نظام المعلومات الإدارية يدلنا على أسس نجاحه وفعاليته :

**١ ــ المدخلات** Inputs

تتكون مدخلات النظام من كل أنواع المعلومات التى ترد للمشروع من المصادر المتنوعة خارجة ، كذلك تلك المعلومات التى تنشأ بداخله . وتندرج تحت المعلومات الخارجية بيانات عن :

* الظروف الاقتصادية العامة المحلية والعامة .
* الظروف السياسية المحلية والعامة .
* ظروف السوق والمنافسة .
* آراء المستهلكين وانطباعاتهم عن السلعة .
* حركة الأسواق ومعدلات النشاط التسويقى .
* القوانين واللوائح والقرارات التى تصدرها الدولة وغيرها من الأجهزة المسيطرة على أمور الإنتاج والاقتصاد .

كذلك يندرج تحت المعلومات الداخلية بيانات عن :

* أرقام الإنتاج .
* أرقام المبيعات .
* النفقات والإيرادات .
* أرقام العمالة ومستويات الكفاءة .
* أرصدة المخزون وحركة الصادر والوارد بالمخازن .
* موقف الآلات ومعدلات استخدام الطاقة الإنتاجية .
* الخطط والميزانيات المستهدف تنفيذها .
* بيانات متابعة الخطط الجارى تنفيذها .
* التعاقدات الجديدة مع العملاء والموردين .

ويمكن بشكل عام تقسيم المعلومات الداخلة فى النظام إلى أنواع ثلاثة من حيث وقت حدوثها :

١ – بيانات تاريخية تحكى الأحداث التى تمت فعلا فى فترة زمنية مضت ومثالها أرقام المبيعات ، النفقات ، المشتريات ، الإنتاج ، . . . عن الشهور أو السنوات أو أى فترة زمنية مضت .

٢ – بيانات حاضرة تصور المواقف القائمة أى أنها تحكى الأحداث الجارية ومثالها أرصدة المخزون ، والاعتمادات المالية الباقية ، وأرقام العمالة الحالية ، وموقف الدائنين والمديونيين أو المركز المالى للمشروع بصفة عامة ، ونسب استخدام الطاقة وهكذا . ويلاحظ أن هذه المعلومات ليست ثابتة بل هى متغيرة خلال الزمن ، ولكن أنواع المعلومات التى ترد عنها تمثل موقفها فى لحظة زمنية معينة .

٣ – بيانات مستقبلة تعكس الاحتمالات والتوقعات بالنسبة للأحداث القادمة فى فترة زمنية مستقبلة . ومثل هذه البيانات المستقبلة تمثل ركناً أساسياً من أركان أى نظام للمعلومات الإدارية حيث يتوقف عليها اتخاذ كثير من القرارات . ومن أمثلة هذه البيانات :

* تقديرات المبيعات فى فترة قادمة .
* تقدير للطلب المحتمل على سلعة معينة .
* التنبؤ باحتمالات نجاح حملة إعلانية .
* التنبؤ باحتمالات نجاح بعض الأفراد فى أعمال معينة .
* الموازنات التخطيطية لفترات قادمة .

تلك هى الأنواع الثلاثة من المعلومات التى يتاح للإدارة الحصول عليها بدرجات مختلفة من الدقة أو الشمول . كذلك فان المعلومات تتوافر للإدارة

غالباً فى شكل خام Raw Data غير صالح للاستخدام فى أغراض اتخاذ القرارات وبالتالى كان لا بد من القيام ببعض الأنشطة الأساسية لتحوير تلك المعلومات من شكلها الخام إلى شكل صالح للاستخدام .

**٢ — الأنشطة** Activities

ينطوى نظام المعلومات الإدارية المتكامل على عدد من الأنشطة الحيوية هدفها تجميع البيانات والحقائق وإدخال التعديلات عليها حتى تصبح صالحة للإستخدام فى أغراض اتخاذ القرارات . وسوف نستعرض فيما يلى هــذه الأنشطة :

**تجميع البيانات**

وتتطلب عملية تجميع البيانات عدد من الأنشطة الفرعية هى :

— تحديد أنواع البيانات التى تحتاجها مراكز اتخاذ القرارات المختلفة .

— تحديد مصادر هذه البيانات سواء داخلية أو خارجية .

— تحديد مراكز تجمع المعلومات داخل المشروع وتحديد أنواع البيانات التى تتوفر لكل من تلك المراكز .

— رسم خطة تجميع البيانات من مصادرها المختلفة وتحديد أسلوب ودورية التجميع .

إن المنطق الأصلى فى عملية تجميع البيانات يتبلور فى خطة متكاملة للحصول على كافة أنواع المعلومات التى يحتاجها متخذو القرارات فى المشروع والعمل على تجميعها فى مركز واحد للمعلومات يعتبر بمثابة بنك للمعلومات Data Bank وبهذا المنطق فإننا نتصور جهاز المعلومات بالمشروع ( وقد يطلق عليه أحيانا

إدارة الإحصاء ) بمثابة المصب الذى تنتهى إليه قنوات الاتصال المتعددة حاملة إليه كل أنواع الحقائق والبيانات التى قد تحتاجها الإدارة . ونحب أن نؤكد إذن حقيقة هامة هى أن تجميع المعلومات لا يتم عشوائياً Random ، وإنما يتم وفقاً لخطة موضوعة تتناسب مع احتياجات الإدارة .

كذلك ينبغى أن نشير إلى أن هذه العملية لا بد وأن تكون محسوبة من حيث تكاليفها إذ لا بد أن تزيد قيمة العائد منها فى شكل معلومات صالحة للإستخدام عن تكلفة الجهد أو الوقت المبذول فى تجميعها .

## تبويب البيانات

إن مجرد تكدس تلال من المعلومات ليس هدفاً فى حد ذاته ، وإنما الهدف هو توفير المعلومات التى تنير للإدارة سبيلها فى اتخاذ القرارات المناسبة ومن ثم فإن من الأنشطة الأساسية التى يمارسها نظام المعلومات الإدارية تصنيف وتبويب المعلومات المتجمعة إلى فئات وأنواع متجانسة ومترابطة بحيث تتكون لها صورة أوضح ومعان أدق . وليس من شك أن أسس التصنيف أو التبويب تختلف حسب الاستخدام المستهدف للمعلومات . وبالتالى فإن عملية التبويب يجب أن تخضع هى الأخرى لخطة منطقية تتحدد فيها أسس التبويب ومعايير التمييز بين أنواع المعلومات المختلفة . ومن الواضح أن مستوى التصنيف يمثل أيضاً مشكلة واجبة الحسم بمعنى هل يتم تبويب البيانات وفقاً لأساس واحد أم وفقاً لأكثر من أساس فى نفس الوقت . مثال ذلك أن يتم تصنيف بيانات الإنتاج حسب المصانع التى أنتجتها ( أساس واحد للتصنيف ) كما يمكن تصنيفها حسب المصانع المنتجة من ناحية ، وحسب الورديات التى تم خلالها الإنتاج من ناحية أخرى ، والشكل التالى يعبر عن الفارق بين أسلوبى التصنيف . ويلاحظ من الشكل أنه كلما تعددت أسس التصنيف كلما كانت

(١)

تصنيف الإنتاج حسب

المصانع المنتجة

| الصنف | مصنع ١ | مصنع ٢ | مصنع ٣ | جملة الإنتاج |
|---|---|---|---|---|
| ا | ١٠٠ | ٢٠٠ | ٥٠٠ | ٨٠٠ |
| ب | ٢٠٠ | ٦٠٠ | ٧٠٠ | ١٥٠٠ |
| ج | ٤٠٠ | ٨٠٠ | ٢٠٠ | ١٤٠٠ |
| الجملة | ٧٠٠ | ١٦٠٠ | ١٤٠٠ | ٣٧٠٠ |

(٢)

تصنيف الإنتاج حسب

المصانع والورديات

| الصنف | مصنع ١ | | مصنع ٢ | | مصنع ٣ | | جملة الإنتاج |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | وردية ١ | وردية ٢ | وردية ١ | وردية ٢ | وردية ١ | وردية ٢ | |
| ا | ٥٠ | ٥٠ | ١٠٠ | ١٠٠ | ٢٠٠ | ٣٠٠ | ٨٠٠ |
| ب | ٢٠٠ | — | ٤٠٠ | ٢٠٠ | — | ٧٠٠ | ١٥٠٠ |
| ج | — | ٤٠٠ | ٥٠٠ | ٣٠٠ | ٢٠٠ | — | ١٤٠٠ |
| الجملة | ٢٥٠ | ٤٥٠ | ١٠٠٠ | ٦٠٠ | ٤٠٠ | ١٠٠٠ | ٣٧٠٠ |

المعلومات أكثر وضوحاً وبالتالى أكثر فائدة . ومن المناسب أن نذكر أن وجود الآلات الحاسبة الألكترونية جعل من اليسير عمليات التصنيف المتعالية فى التفاصيل حيث تتعدد أسس التصنيف بشكل يعجز العمل اليدوى عن إتمامه .

وفى أغلب الأحيان نجد أن من الأسس الشائعة لتصنيف المعلومات الإدارية هو الأساس الوظيفى Functional حيث تبوب المعلومات إلى فئات تمثل الوظائف الأساسية للمشروع وهى :

- بيانات تسويقية .
- بيانات إنتاجيه .
- بيانات مالية .
- بيانات أفراد .
- بيانات المشتريات .
- بيانات المخزون .

كما يعاد تصنيف كل من تلك المجموعات الرئيسية إلى فئات أكثر تفصيلا مثال ذلك بيانات التسويق يمكن إعادة تبويبها حسب الأسس التالية :

- المبيعات تبعاً لنوع المنتجات .
- المبيعات تبعاً لمناطق البيع .
- المبيعات تبعاً لنوع العميل .
- المبيعات تبعاً لمنافذ التوزيع المستخدمة .
- المبيعات تبعاً لأسلوب البيع ( نقداً أم بأجل ) .

وهكذا الأمر بالنسبة لباقى أنواع المعلومات . ويهمنا أن نركز على أهمية نشاط التصنيف والتبويب حيث يمثل المدخل الطبيعى للنشاط الأهم

وهو تحليل البيانات كما أنه من المفيد إعادة النظر دورياً فى أسس التبويب المستخدمة وفقاً للتغير فى اهتمامات الإدارة ومشكلاتها القائمة .

## تحليل البيانات

عملية التحليل هى تقسيم المعلومات الكلية إلى أجزاءها ومكوناتها الدقيقة بحيث تنكشف حقيقة العلاقات التى تعبر عنها المعلومات بما يحقق للإدارة القدرة على تصور ديناميكية التغير فى الظواهر الإدارية المختلفة والتعرف على العوامل المؤثرة فيها .

ونستطيع أن نجمل أهم أشكال التحليل التى يمكن استخدامها فى نظم المعلومات الإدارية فيما يلى :

١ — بيان التطور فى المعلومات عبر الزمن ، أى اكتشاف الاتجاه العام للظاهرة خلال فترات تطورها وهل تتجه صعوداً أم هبوطاً أم هى ثابتة عند مستوى معين .

٢ — استخدام فكرة الاتجاه العام « والبيانات التاريخية عموماً » فى التنبؤ بالقيم المستقبلة للظاهرة .

٣ — تحليل العلاقات بين ظاهرة وظاهرة أخرى ( أو أكثر ) من خلال دراسة الارتباط بينها وبيان درجة الترابط فى التغير بينها . وقد يكون الارتباط بسيطا كما فى حالة الإرتباط بين المبيعات والدخل القومى ، وقد يكون الارتباط متعدداً كما فى حالة العلاقات بين المبيعات من ناحية الدخل القومى وعدد السكان ، والإنفاق الإعلانى للمنافسين من ناحية أخرى .

٤ — استخراج النسب المئوية ، والمتوسطات Averages وغيرها من مقاييس التوسط ، كذلك احتساب مقاييس التشتت لحساب مدى تركز القيم أو انحرافها عن القيمة المتوسطة لها .

وليس من شك أن أساليب التحليل ومدى العمق فيها تختلف حسب الاستخدام المطلوب للبيانات وأهمية وحيوية المشكلات موضع البحث .

**تجديد المعلومات**

يقصد بعملية تجديد المعلومات متابعة ما يطرأ عليها من تغيير وإدخال التعديلات اللازمة بحيث تتوافر للإدارة المعلومات الصحيحة دائما . ومن الواضح أن أى بيانات يحصل عليها نظام المعلومات الإدارى قد تكون عرضة لبعض أخطاء الصدفة أو أخطاء التحيز من ناحية ، كما قد تختلف البيانات باختلاف مصادر الحصول عليها ، ومن ناحية أخرى فان البيان ذاته قد يطرأ عليه تعديل أو تغيير بسبب حركية ونشاط الظاهرة التى يعبر عنها .

وعلى هذا فان نظام المعلومات الإدارى مطالب باستمرار المتابعة والتقييم لما يتجمع من معلومات ومراجعتها للتأكد من دقتها وصحتها ، ثم إدخال التعديلات اللازمة بناء على تلك المراجعة .

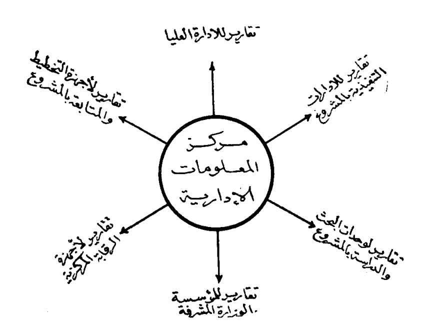
**حفظ المعلومات**

ونشاط آخر تمارسه نظم المعلومات الإدارية هو حفظ المعلومات لتسهيل الرجوع إليها حين الحاجة . وتختلف أساليب الحفظ طبقا لنوع البيان ودرجة التجدد أو التغير فيه . كذلك تختلف أساليب وأسس الحفظ وفقاً لدورية استخدام البيانات . ويجدر أن نؤكد أن عملية الحفظ ليس معناها تكديس المعلومات فى مكان ما وليس مجرد تسجيلها فى سجلات أو حشوها فى ملفات، بمعنى آخر ليست عملية الحفظ هى فكرة الأرشيف الشائعة فى أوساط الإدارة المصرية . ولكن عملية الحفظ العلمية للمعلومات هى التسجيل الحى الدقيق للمعلومات بما يسمح بحفظ تاريخ المشروع بطريقة تجعل هذا التاريخ ماثل دائماً أمام الإدارة وكل من يتخذ قرار حتى تتم الإستفادة من التجارب المتراكمة .

وقد ساعدت الثورة العلمية فى مجال الألكترونات والحاسبات الألكترونية على تطوير أساليب وإمكانيات حفظ المعلومات ، ومن ثم فلم يعد من الضرورى أن تحتل المعلومات والوثائق أماكن شاسعة ، كما لم يعد هناك داع للسجلات الضخمة والملفات المكدسة . فقد أصبح من الشائع تسجيل المعلومات على شرائط ممغنطة بحيث يمكن استخدام الحاسب الألكترونى فى استرجاع المعلومات حين الحاجة إليها . كذلك يتم حفظ المستندات والوثائق فى شكل أفلام Micro Films لا تشغل حيزاً كبيراً وتمكن من تسجيل آلاف الوثائق فى فيلم واحد يمكن الوجوع إليه فى ثوان .

**نشر المعلومات**

والنشاط الهام الآخر لنظام المعلومات الإدارى المتكامل هو نشر المعلومات بعد تحليلها وإرسالها إلى مراكز اتخاذ القرارات كل فيما يعنيه وفى الوقت الأكثر ملاءمة . وتتطلب هذه العملية وضع خطة متكاملة للتقارير الإدارية وتحديد مدى التفصيل ونوعية البيانات التى يحتويها كل تقرير Reporting System ويمكن تصوير عملية التوزيع كالآتى :



**٣ – مخرجات** Outputs

إن مخرجات نظام المعلومات الإدارى تتمثل أساساً فى أنواع التقارير والإحصاءات والدراسات التحليلية التى يوفرها النظام لأجزاء المشروع ومستويات الإدارة المختلفة .

ويمكن أن نستعرض أهم مخرجات نظام المعلومات فى الآتى :

* مؤشرات للنشاط .
* معدلات استخدام الطاقات المتاحة .
* نسب Ratio المواد المستخدمة إلى المنتجات .
* نسب النفقات إلى الإيرادات .
* متوسط النفقات لكل فئة من فئات النشاط .
* نسب الربحية ومعدلات استخدام الأموال المستثمرة .
* أرصدة المخزون
* نتائج النشاط فى البيع ، الإنتاج ، التمويل .
* حصر الأفراد وتحليل نوعياتهم .
* المركز المالى ونسب ومؤشرات الكفاءة المالية .
* تقديرات النشاط للفترات المقبلة .
* احتمالات النجاح أو الفشل للخطط المستقبلة .
* اتجاهات التطور المتوقعة فى أشكال النشاط المتباينة للمشروع
* مؤشرات لتقييم قرارات الإدارة السابقة .

ومن ثم نجد أن نظام المعلومات الإدارية يمثل أساساً حيوياً لاستغلال الثروة المتاحة للمشروع من بيانات وحقائق استغلالاً أمثل .

**نظم المعلومات وبحوث العمليات :**

ويعتبر وجود نظام متكامل للمعلومات الإدارية من الأسس الحيوية لاستخدام أساليب بحوث العمليات فى تحليل المشكلات الإدارية . وتنبع هذه الحقيقة من طبيعة بحوث العمليات كتطبيق لأسلوب البحث العلمى ومنهج العلم فى حل مشكلات الإدارة . ويعتمد الأسلوب العلمى أساساً على توفر المعلومات التى تساعد على تصوير المواقف وتفسيرها وبالتالى تساعد على التنبؤ والتقدير .

وقد اتضح لنا من تحليل أساليب بحوث العمليات فى الأبواب السابقة أنها تحتاج إلى أنواع هامة من البيانات منها :

* تقديرات الطاقة الإنتاجية .
* معدلات استخدام الطاقات الإنتاجية .
* تقديرات الوقت اللازم لأداء الأنشطة المختلفة .
* تقديرات التكلفة لكل نوع من أنواع النشاط .
* معدلات الورود والانتظار لأنواع الخدمات المختلفة .
* احتمالات حدوث بعض الظواهر وقيمها المتوقعة .
* العوائد المتوقعة لكل نوع من أنواع النشاط الإدارى .

وليس من شك أن القدرة على توفير تلك المعلومات الضرورية لإمكان استخدام أساليب بحوث العمليات لا تتم إلا إذا وجد نظام متكامل للمعلومات الإدارية يحقق الآتى :

* تسجيل التاريخ والتجارب المتراكمة .
* تصوير المواقف الراهنة .
* التنبؤ والتقدير بالأحداث المستقبلة .

**فوائد النظام المتكامل للمعلومات :**

يحقق نظام المعلومات الإدارية المتكامل عديداً من المزايا والفوائد للإدارة من أهمها ما يلى :

* يمكن الإدارة من تبين الآثار المتوقعة لقرار ما مقدماً وذلك بتقديم المعلومات الكاملة والدقيقة فى موعدها المناسب بحيث يتم التخطيط وإتخاذ القرارات على أسس رشيدة .

* يعفى الإدارة من الوقوع فى أخطاء تخطيطية أو إتخاذ قرارات غير صحيحة نتيجة الإعتماد على بيانات متضاربة أو متناقضة وذلك حيث يوفر النظام المتكامل للمعلومات أساساً موحداً لتقديم البيانات .

* يحقق النظام استخداماً مثمراً للبيانات العادية والتى قد تبدو قليلة الأهمية حيث يتم وضع هذه البيانات جنباً إلى جنب بحيث تتكامل الصورة ومن ثم يمكن استخدامها فى أغراض التخطيط طويل الأجل وإتخاذ القرارات .

* يتمكن نظام المعلومات المتكامل من تحديد وقياس العلاقات السابقة بين المتغيرات واستخدامها للتنبؤ بالعلاقات المستقبلة وذلك اعتماداً على الأساليب الرياضية المتطورة فى تحليل البيانات .

* يحقق نظام المعلومات تكاملاً بين البيانات التسويقية ، والإنتاجية والتمويلية وغيرها من البيانات المتخصصة بحيث يتوفر للإذارة صورة شاملة للمشروع ككل تصبح أساساً للتقييم وإعادة التخطيط .

• يوفر نظام المعلومات المتكامل احتياجات كل مستوى إدارى من المعلومات بأقل قدر ممكن من الإزدواج أو التضارب حيث تتوحد جهة نشر وتوزيع المعلومات .

• يقلل نظام المعلومات المتكامل من الوقت المستغرق فى اتخاذ القرارات حيث لا يرسل لمركز اتخاذ القرارات إلا القدر اللازم من المعلومات بما يؤدى إلى الاقتصاد فى الجهد المبذول لاستقراء المعلومات والإفادة منها فى اتخاذ القرار .

• يمكّن نظام المعلومات المتكامل من الإفادة من الآلات والمعدات الحديثة فى مجال الحاسب الألكترونى وغيره من آلات تحليل وعرض البيانات .

كذلك يتيح الفرصة لإستخدام خبراء واخصائيين على مستوى عال من الكفاءة .

إن تحقيق هذه المزايا يتوقف على عدد من الشروط الأساسية أهمها :

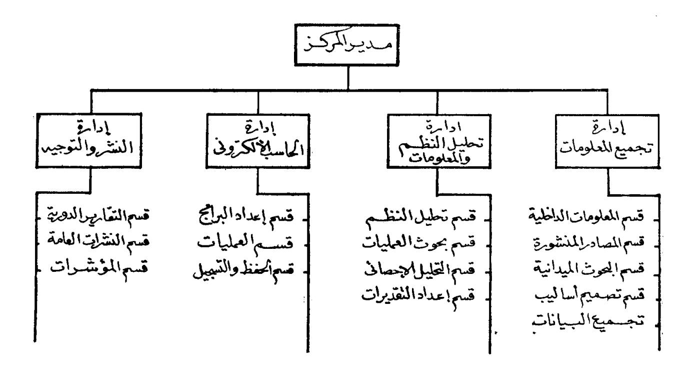
• التخطيط السليم لحركة المعلومات بناء على تحـــديد الاحتياجات الدقيقة لمراكز اتخاذ القرارات .

• التنظيم الداخلى السليم لمركز المعلومات Information Center حيث تتضح الاختصاصات والمسئوليات لكل من يعمل به .

• الوضع التنظيمى العام لمركز المعلومات ، وليس من شك أن تبعية مركز المعلومات للإدارة العليا للمشروع من أهم عوامل الدعم والتأييد له .

• الاستخدام الصحيح للآلات والمعدات الحديثة مع الأخذ فى الاعتبار طاقة تشغيلها وتكلفه هذا التشغيل بالمقارنة بالنتائج المحققة .

والشكل التالى يعرض نموذجا لنظام متكامل للمعلومات الإدارية .



# مراجع

1) Ackoff. R. and Sasieni, M., FUNDAMENTALS OF OPERATIONS RESEARCH.
John Wiley & Sons. N.Y., 1968.

2) Baumol, W., ECONOMIC THEORY AND OPERATIONS ANALYSIS.
Prentice—Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961

3) Brabb, G., INTRODUTION TO QUANTITATIVE MANAGEMENT.
Holt, Rinehart and Winston, Inc., N.Y., 1968.

4) Bursk, E., and Chapman, J., (Eds.) NEW DECISION-MAKING TOOLS FOR MANAGERS.
Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1963.

5) Churchman, W., Ackoff. R., and Arnoff, L., INTRODUCTION TO OPERATIONS RESEARCH,
John Wiley & Sons, Inc. N.Y., 1957.

6) Clough, D.J., CONCEPTS IN MANAGEMENT SCIENCE,
Prentice—Hall of India New Delhi, 1968.

7) Duckworth, E., A GUIDE TO OPERATIONAL RESEARCH,
University Paperbacks, Methuen : London, 1966.

8) Dyckman, T.R., Smidt, S., and McAdams, A. MANAGENT DECISION MAKING UNDER

UNCERTAINY:AN INTRODUCTION TO PROBABILITY AND STATISTICAL DECISION THEORY.,
The Macmillan Co., London, 1969.

9) Enrick, N., MANAGEMENT OPERATIONS RESEARCH,
Holt. Rinehart and Winston, N.Y., 1965.

10) Hartman. W., Matthes, H., and Proeme, A., MANAGEMENT INFORMATION SYSTEMS HANDBOOK.
McGraw—Hill, Book Co., N.Y., 1968.

11) Hein, L., THE QUANTITATIVE APPROACH TO MANAGERIAL DECISIONS.
Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1967.

12) Kaufmann, A., METHODS AND MODELS OF OPERATIONS RESEARCH,
Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1963.

13) Kemeny, J., Schleifer, A.,Snell, J., and Thompson G., FINITE MATHEMATICS WITH BUSINESS APPLICATIONS,
Prentice—Hall, Inc., Englewood Clffs, N.J., 1962.

14) King, W., QUANTITATIVE ANALYSIS FOR MARKETING MANAGEMENT,
McGraw — Hill Book, Co., N.Y., 1967.

15) Lazzaro, V., ( ED) SYSTEMS AND PROCEDURES: A HANDBOOK FOR BUSINESS AND INDUSTRY,

16) Levin, R., and Kirkpatrick C., QUANTITATIVE APPROACHES TO MANAGEMENT, McGraw Hill Book Co., N.Y., 1965.

17) McCloskey, J., and Trefethen, F., ( Eds.) OPERATION RESEARCH FOR MANAGEMENT The Johns Hopkins Press, Baltimore, 1954.

18) Mcmillan, C., and Gonzalez, R., SYSTSMS ANALYSIS : A COMPUTER APPROACH TO DECISION MAKING, Richard D. IrwAin, INC., Homewood :IIinios,1965

19) McAdams, A. K., MATHEMATICAL ANALYSIS FOR MANAGEMENT DECISIONS — INTROD-UCTUION TO CALCULUS AND LINEAR ALGEBRA, The Macmillan Co., London, 19790.

20) Miller, D., and Starr, M., EXECUTIVE DECISIONS AND OPERATIONS RESAERCH, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliddes, N.J., 1960.

21) Montgomery, D., and Urban, G., MANAGEMENT SCIENCE IN MARKETING, Prentice Hall, Inc., Englewood Clidffs, N.J., 1969.

تم إيداع هذا المصنف بدار الكتب والوثائق القومية
تحت رقم ٥٨٠٣ / ١٩٧٢

مطابع دار المعارف بمصر
سنة ١٩٧٢